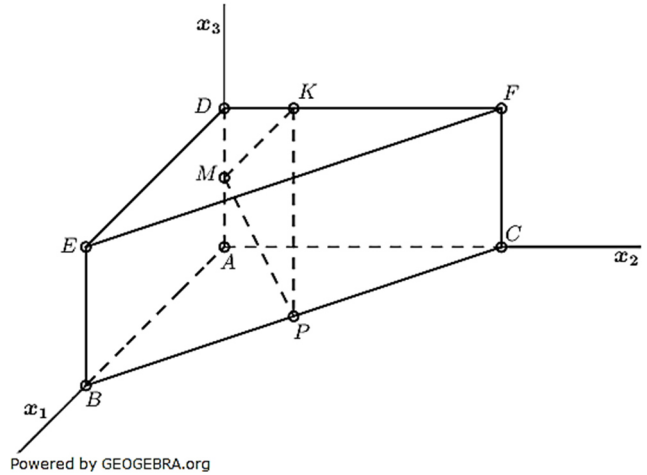




Aufgabe M05B1

Die Abbildung zeigt ein gerades Prisma $ABCDEF$ mit $A(0|0|0)$, $B(8|0|0)$, $C(0|8|0)$ und $D(0|0|4)$.

- a) Bestimmen Sie den Abstand der Eckpunkte B und F .
- b) Die Punkte M und P sind die Mittelpunkte der Kanten \overline{AD} bzw. \overline{BC} .
Der Punkt $K(0|k_2|4)$ liegt auf der Kante \overline{DF} . Bestimmen Sie k_2 so, dass das Dreieck KMP in M rechtwinklig ist.



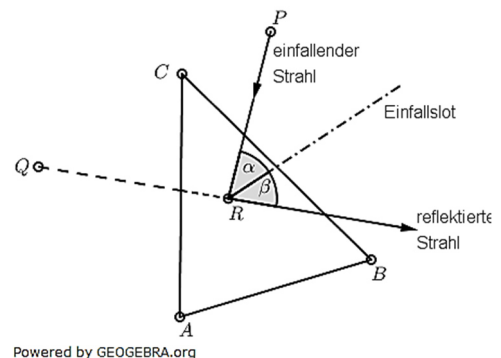
Gegeben ist die Ebene $E: 3x_2 + 4x_3 = 5$.

- c) Beschreiben Sie die besondere Lage von E im Koordinatensystem.
- d) Untersuchen Sie rechnerisch, ob die Kugel mit Mittelpunkt $Z(1|6|3)$ und Radius $r = 7$ die Ebene E schneidet.
- e) In einem kartesischen Koordinatensystem legen die Punkte $A(4|0|0)$, $B(0|4|0)$ und $C(0|0|4)$ das Dreieck ABC fest, welches in der Ebene $E: x_1 + x_2 + x_3 = 4$ liegt.
Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

Das Dreieck ABC stellt modellhaft einen Spiegel dar. Der Punkt $P(2|2|3)$ gibt im Modell die Position einer Lichtquelle an, von der ein Lichtstrahl ausgeht. Die Richtung dieses Lichtstrahls wird im Modell durch den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ beschrieben.

- f) Geben Sie eine Gleichung der Geraden g an, entlang derer der Lichtstrahl im Modell verläuft. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts R , in dem g die Ebene E schneidet, und begründen Sie, dass der Lichtstrahl auf dem dreieckigen Spiegel auftrifft.

Der einfallende Lichtstrahl wird in demjenigen Punkt des Spiegels reflektiert, der im Modell durch den Punkt R dargestellt wird. Der reflektierte Lichtstrahl geht für einen Beobachter scheinbar von einer Lichtquelle aus, deren Position im Modell durch den Punkt $Q(0|0|1)$ beschrieben wird (vgl. Abbildung).



Abitur-Musteraufgaben Wahlteil Analytische Geometrie Satz 05

- g) Zeigen Sie, dass die Punkte P und Q bezüglich der Ebene E symmetrisch sind.
- h) Das Lot zur Ebene E im Punkt R wird als Einfallslot bezeichnet. Die beiden Geraden, entlang derer der einfallende und der reflektierte Lichtstrahl im Modell verlaufen, liegen in einer Ebene F . Ermitteln Sie eine Gleichung von F in Normalenform. Weisen Sie nach, dass das Einfallslot ebenfalls in der Ebene F liegt.
- i) Zeigen Sie, dass die Größe des Winkels β zwischen reflektiertem Lichtstrahl und Einfallslot mit der Größe des Winkels α zwischen einfallendem Lichtstrahl und Einfallslot übereinstimmt.