

Lösung C1

Lösungslogik

- a) Augensumme beider Würfe ist 3:
Aufstellung der Einzelereignisse und Berechnung der Wahrscheinlichkeit.
Mindestens 4-mal die Augenzahl 2:
Aufstellung der Bernoulliformel mit den Ausgängen 2 und $\bar{2}$.
Anzahl der Seiten des Würfels mit der Augenzahl 3.
Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit p für die Augenzahl 3. Dies muss ein Vielfaches von $\frac{1}{6}$ aber $\leq \frac{6}{6}$ sein.
GTR-Einstellungen siehe Klausuraufschrieb.
- b) Hypothesentest, Formulierung der Entscheidungsregel siehe Klausuraufschrieb (keine Berechnung gefordert).

Klausuraufschrieb

- a) Augensumme beider Würfe ist 3:
 $P(\text{Augensumme} = 3) = P(1; 2) + P(2; 1)$
 $P(1; 2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = P(2; 1)$
 $P(\text{Augensumme} = 3) = \frac{1}{3}$
Mindestens 4-mal die Augenzahl 2:
 $B_{12; \frac{1}{3}}(X \geq 4) = 1 - B_{12; \frac{1}{3}}(X \leq 3) \stackrel{\text{GTR}}{\approx} 0,607$
Anzahl der Seiten des Würfels mit der Augenzahl 3.
 $B_{12; p}(X \geq 4) \geq 0,99$
 $1 - B_{12; p}(X \leq 3) \geq 0,99 \Rightarrow p \stackrel{\text{GTR}}{\approx} 0,6222 = \frac{3,7332}{6} \approx \frac{4}{6}$
Die 3 muss auf mindestens 4 Seiten des Würfels stehen.

GTR-Einstellungen

Y1: 1 - binocdf(12, X, 3)

Y2: 0,99

WINDOW

Xmin=-.1

Xmax=1

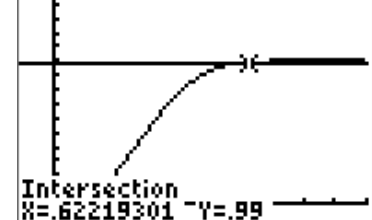
Xscl=.1

Ymin=-.1

Ymax=1.5

Yscl=.1

↓Xres=█



- b) Hypothesentest
Die Nullhypothese ist $H_0: p_0 \leq \frac{1}{6}$. Die Gegenhypothese $H_1: p_1 > \frac{1}{6}$. Somit ist $p_1 > p_0$. Es ist ein rechtsseitiger Test mit einem Stichprobenumfang $n = 100$, $p = \frac{1}{6}$ und $\alpha = 0,01$ durchzuführen. Somit gilt:
 $B_{100; \frac{1}{6}}(X \geq k) \leq 0,01$
 $1 - B_{100; \frac{1}{6}}(X \leq k - 1) \leq 0,01$
Der Annahmereich ist $A = [0; 1; 2; \dots; k - 1]$, der Ablehnungsbereich $\bar{A} = [k; k + 1; k + 2; \dots; 100]$
Die Nullhypothese wird verworfen, wenn mindestens k -mal die Augenzahl 3 gewürfelt wird. Die Irrtumswahrscheinlichkeit (Fehler der 1. Art) ist dann höchstens 1 % oder kleiner.

Lösung C2

Lösungslogik

Es handelt sich ausschließlich um zusammengesetzte Bernoulli-Experimente, deren Wahrscheinlichkeiten mittels GTR bestimmt werden.

Klausuraufschrieb

A: „Anfängerpaare nehmen am Kurs teil“ mit $P(A) = 0,9$.

B: „Fortgeschrittenenpaare nehmen am Kurs teil“ mit $P(B) = 0,75$.

Sei X die Zufallsvariable für die Anzahl anwesender Anfängerpaare und Y die Zufallsvariable für die Anzahl anwesender Fortgeschrittenenpaare, dann gilt:

$$B_{8;0,90}(X \geq 6) = 1 - B_{8;0,90}(X \leq 5) \stackrel{\text{GTR}}{\approx} 0,962$$

$$B_{4;0,75}(X \leq 3) \stackrel{\text{GTR}}{\approx} 0,684$$

$$P(X \geq 6 \text{ und } Y \leq 3) = 0,962 \cdot 0,684 = 0,658$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass an einem Abend mindestens 6 Anfängerpaare und höchstens 3 Fortgeschrittenenpaare anwesend sind beträgt etwa 66 %.

Mindestens 11 Paare:

Mögliche Ereignisse:

C: „8 Anfänger- und 4 Fortgeschrittenenpaare“

D: „7 Anfänger- und 4 Fortgeschrittenenpaare“

E: „8 Anfänger- und 3 Fortgeschrittenenpaare“

Berechnung der Wahrscheinlichkeiten:

$$P(X + Y > 11) = P(C) + P(D) + P(E)$$

$$P(C) = P(X = 8 + Y = 4) = B_{8;0,90}(X = 8) \cdot B_{4;0,75}(X = 4) \stackrel{\text{GTR}}{\approx} 0,1362$$

$$P(D) = P(X = 7 + Y = 4) = B_{8;0,90}(X = 7) \cdot B_{4;0,75}(X = 4) \stackrel{\text{GTR}}{\approx} 0,121$$

$$P(E) = P(X = 8 + Y = 3) = B_{8;0,90}(X = 8) \cdot B_{4;0,75}(X = 3) \stackrel{\text{GTR}}{\approx} 0,1816$$

$$P(X + Y > 11) = 0,1362 + 0,121 + 0,1816 = 0,4388$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass an dem Abend mindestens 11 Paare anwesend sind, beträgt etwa 44 %.