

Abituraufgaben Matrizen und Prozesse (Teil 4) ab 2022-2023

Aufgabe A1/2022



1. Vier verschiedene Stromanbieter A, B, C und D konkurrieren in einer Stadt um die dortigen 25200 Haushalte. Die Anzahl der Haushalte bleibt konstant. Jeder Haushalt ist an genau einen dieser Anbieter vertraglich gebunden. Verträge sind jeweils ein Jahr lang gültig. Die aktuelle Entwicklung des Wechselverhaltens der Haushalte bei den Stromanbietern lässt sich von einem Jahr zum nächsten modellhaft durch die Gleichung

$$\mathbf{M} \cdot \vec{v}_n = \vec{v}_{n+1}$$

mit

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,05 & 0 & 0,05 \\ 0,15 & 0,8 & 0,05 & 0 \\ 0 & 0,15 & 0,7 & 0,15 \\ 0,05 & 0 & 0,25 & 0,8 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{v}_n = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

beschrieben. Hierbei wird die Anzahl der Haushalte, die einen Vertrag mit dem entsprechenden Stromanbieter haben, ebenfalls mit A, B, C und D bezeichnet.

- 1.1 Interpretieren Sie den Eintrag 0,25 im Sachzusammenhang. Für zwei mögliche Paare von Stromanbietern wechseln untereinander keinerlei Haushalte. Nennen Sie diese Paare. Geben Sie den Stromanbieter an, dessen vertraglich gebundene Haushalte am wenigsten zufrieden sind. (4P)
- 1.2 Im Jahr 2021 waren 3000 Haushalte an Stromanbieter A , 5000 Haushalte an B und 7000 Haushalte an C vertraglich gebunden. Bestimmen Sie für jeden Stromanbieter die zu erwartende Anzahl von Haushalten, die im Jahr 2022 an den Anbieter gebunden sein werden. (3P)
- 1.3 Eine Verteilung \vec{v} bleibt von einem auf das nächste Jahr unverändert und Stromanbieter C bindet doppelt so viele Haushalte vertraglich an sich wie Anbieter A . Berechnen Sie hierfür die Verteilung aller Haushalte. (4P)
- 1.4 Anbieter B und C haben jeweils gleich viele Haushalte vertraglich an sich gebunden. Anbieter A möchte die Entwicklung beeinflussen, um langfristig ebenso viele Haushalte wie Anbieter B , bzw. Anbieter C an sich zu binden. Eine Werbeaktion von Anbieter A zielt daher darauf ab, den Anteil der alljährlichen Wechsel der Haushalte von B und D zu A um den selben Prozentsatz zu erhöhen. Im selben Maße soll sich dann der Anteil der alljährlichen Wechsel von B und D zu C verringern. Ansonsten soll das Wechselverhalten aber unverändert bleiben. Beurteilen Sie, ob dies möglich ist und ermitteln Sie gegebenenfalls, wie viel Prozent der Haushalte dabei von Anbieter B zu C wechseln würden. (4P)

Aufgabe A2/2022

2 Ein Betrieb stellt aus den Rohstoffen R_1 , R_2 und R_3 die Zwischenprodukte Z_1 , Z_2 und Z_3 her. Aus diesen Zwischenprodukten werden die Endprodukte E_1 , E_2 und E_3 hergestellt. Der Materialfluss in Der Materialfluss in Mengeneinheiten (ME) ist den folgenden Tabellen zu entnehmen.

| | E_1 | E_2 | E_3 |
|-------|-------|-------|-------|
| Z_1 | 2 | 1 | 2 |
| Z_2 | 3 | 0 | 1 |
| Z_3 | 1 | 4 | 2 |

| | E_1 | E_2 | E_3 |
|-------|-------|-------|-------|
| R_1 | 43 | 36 | 33 |
| R_2 | 30 | 15 | 19 |
| R_3 | 37 | 14 | 20 |

- 2.1 Für einen Auftrag sollen 400 ME von E_1 , 600 ME von E_2 und 500 ME von E_3 hergestellt werden.
- 2.1.1 Berechnen Sie, wie viele ME der drei Rohstoffe dafür benötigt werden. (2P)
- 2.1.2 Für diesen Auftrag betragen die Fixkosten 2050 €, die gesamten Rohstoffkosten 400 € und die gesamten Fertigungskosten der Endprodukte betragen 1850 €. Die Fertigungskosten pro ME für Z_2 sind 2,5 mal so hoch wie für Z_1 . Für Z_3 sind diese Kosten 1,25 mal so hoch wie für Z_1 .
 Die Verkaufspreise pro ME der Endprodukte betragen 20 € für E_1 und jeweils 35 € für E_2 und E_3 . Es wird ein Gewinn von 8000 € erwirtschaftet.
 Bestimmen Sie die Fertigungskosten pro ME der drei Zwischenprodukte. (5P)
- 2.2 Für einen weiteren Auftrag werden 4600 ME des Zwischenprodukts Z_1 , 3800 ME von Z_2 und 6250 ME von Z_3 hergestellt. Die Zwischenprodukte sollen für den Auftrag vollständig zu Endprodukten weiterverarbeitet werden, wobei 950 ME von E_1 produziert werden sollen.
 Beurteilen Sie, ob dieser Auftrag ausführbar ist. (3P)
- 2.3 Das Endprodukt E_3 wird zukünftig nicht mehr produziert. Im Lager befinden sich noch 30000 ME des Rohstoffs R_2 , die vollständig aufgebraucht werden müssen. Es sollen zudem nicht mehr als 1000 ME von E_1 produziert werden.
 Ermitteln Sie, wie viele ME der Rohstoffe R_1 und R_3 mindestens bzw. höchstens im Lager vorhanden sein müssen. (5P)