

Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) Mustersatz 1

A1 Analysis

1.1 Erläutere anhand einer Skizze, ob das Integral

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin(x) dx$$

größer, kleiner oder gleich Null ist.

3P



1.2 Für eine Funktion gilt:

(1) $f'(x) = 0$ für $x_1 = -2$ und $x_2 = 1$

(2) $f''(-2) = -3$

(3) $f''(1) = 3$

(4) $f(-2) = \frac{19}{3}$

(5) $f(1) = \frac{11}{6}$

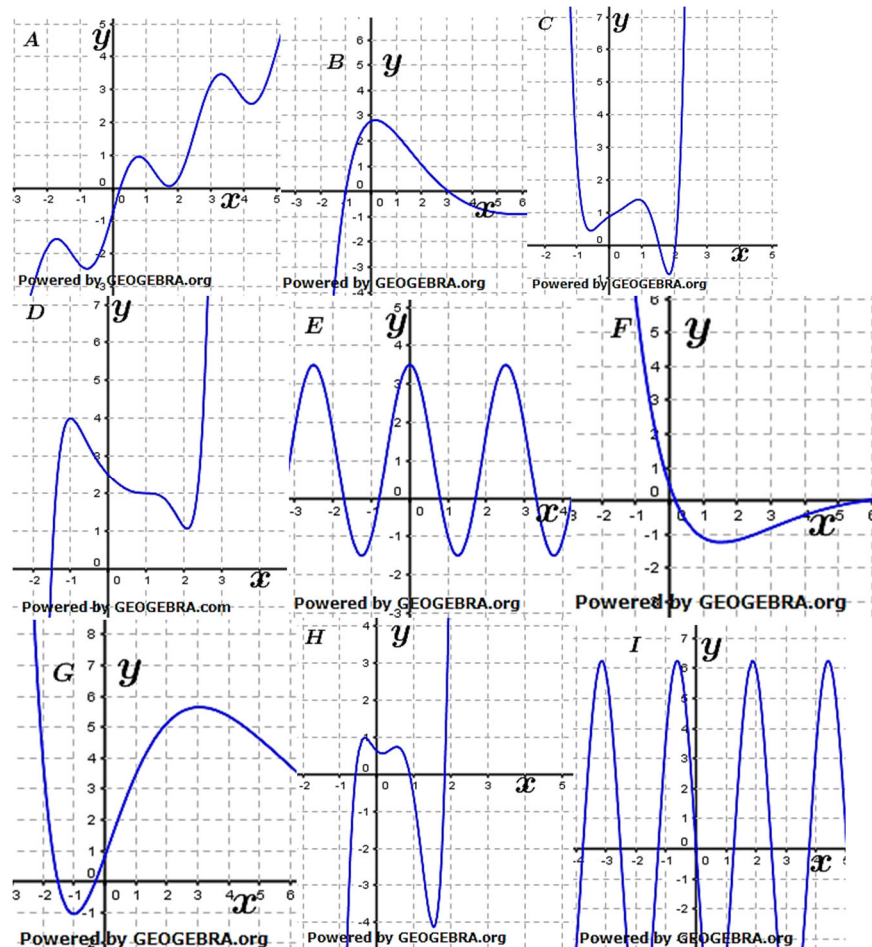
Welche Aussagen lassen sich daraus für das Schaubild von f treffen? **4P**

1.3 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \cos(2x)$; $x \in \mathbb{R}$

Gib die Periode von f an.

Bestimme eine Lösung der Gleichung $\cos(2x) = -1$. **4P**

1.4 Die Abbildungen zeigen Schaubilder von drei Funktionen sowie deren zugehörigen ersten und zweiten Ableitungen. Ordne jeweils dem Schaubild der Funktion das Schaubild seiner ersten und zweiten Ableitung zu. **5P**



Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) Mustersatz 1

A2 Stochastik

- 2.1 Eine Laplace-Münze wird dreimal geworfen. Mit welcher **2P**
 Wahrscheinlichkeit erzielt man zweimal Zahl und einmal Bild?
- 2.2 Bei einer Blutspendenaktion werden die Blutgruppen der Spender **2P**
 bestimmt. Ein Ereignis ist „In einer Gruppe von fünf Freunden hat
 niemand die Blutgruppe Null“.
 Beschreibe das Gegenereignis in Worten.
- 2.3 Die Zufallsvariable X hat die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung: **3P**

x	-3	-1	0	5
$P(X = x)$	0,2	u	w	0,2

Der Erwartungswert von X beträgt 0,2.
 Berechne u und w .

A3 Vektorgeometrie

(Nur zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet Vektorgeometrie im Unterricht behandelt).

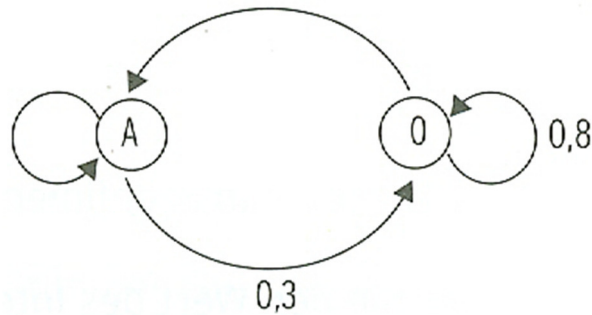
3. Gegeben sind die Ebenen E_1 und E_2 mit
 $E_1: 6x_1 - x_2 - 4x_3 = 12$ und $E_2: -3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -6$.
 Die Punkte $A(2|0|0)$ und $B(0|0|-3)$ liegen in beiden Ebenen.
- 3.1 Begründen Sie, dass die Ebenen E_1 und E_2 nicht identisch sind. **1P**
- 3.2 Ermitteln Sie die Koordinaten eines von A und B verschiedenen **2P**
 Punktes, der ebenfalls in beiden Ebenen liegt.
- 3.3 In der Gleichung von E_2 soll genau ein Koeffizient so geändert werden, **2P**
 dass eine Gleichung der Ebene E_1 entsteht.
 Geben Sie diese Änderung an und begründen Sie Ihre Antwort.

Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) Mustersatz 1

A3 Matrizen und Prozesse

(Nur zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet Matrizen/Prozesse im Unterricht behandelt).

- 3.1 Die Kunden eines Getränkemarktes kaufen wöchentlich einen der beiden Fruchtsaftspezialitäten Apfelsaft (A) und Orangensaft (O). **4P**
 Das Übergangsdiagramm beschreibt das Kaufverhalten der Kunden von einer Woche zur folgenden Woche.
 Man nimmt an, dass sich das Kaufverhalten auf Dauer nicht verändert.



Geben Sie die vollständige Übergangsmatrix $M = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ 0,3 & \dots \end{pmatrix}$ an.
 Erläutern Sie die Bedeutung der Elemente der Hauptdiagonalen M^2 .

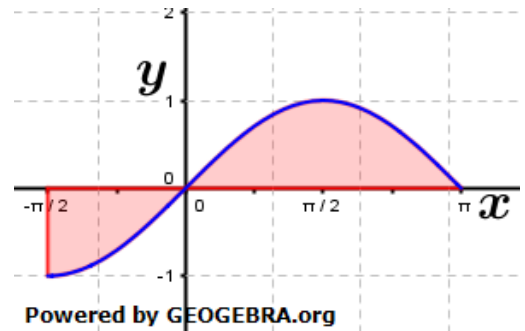
- 3.2 Gegeben ist die Matrix **3P**

$$A = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,6 \\ 0,2 & 0,4 \end{pmatrix}$$
 Lösen Sie die Matrixgleichung $(E - A) \cdot \vec{x} = \vec{0}$;
 E ist hierbei die zugehörige Einheitsmatrix.

Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) **Mustersatz 1**

A1 Analysis Lösung

1.1 Das Integral $\int_{-\pi/2}^{\pi} \sin(x) dx$ ist größer als Null, da die Fläche die der Graph der \sin -Funktion oberhalb der x -Achse größer ist als die Fläche unterhalb der x -Achse.



1.2 Aussagen über das Schaubild von f sind:
 Das Schaubild besitzt den Hochpunkt $H\left(-2 \mid \frac{19}{3}\right)$
 (wegen $f(-2) = \frac{19}{3} \wedge f'(-2) = 0 \wedge f''(-2) = -3$)
 Das Schaubild besitzt den Tiefpunkt $T\left(1 \mid \frac{11}{6}\right)$
 (wegen $f(1) = \frac{11}{6} \wedge f'(1) = 0 \wedge f''(1) = 3$)

1.3 $f(x) = \cos(2x); x \in \mathbb{R}$
 $p = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{2} = \pi$
 Die Periode von f ist π .
 $\cos(2x) = -1$
 $\cos(\pi) = -1 \Rightarrow 2x = \pi \Rightarrow x_0 = \frac{\pi}{2}$
 (Hinweis: wegen des Aufgabentextes „Bestimmen Sie *eine* Lösung“ sind weitere Angaben nicht erforderlich.)

1.4

	Schaubild von f	Schaubild von f'	Schaubild von f''
1.	A	E	I
2.	D	C	H
3.	G	B	F

A2 Stochastik Lösung

2.1 $P(\text{Zahl}) = 0,5; P(\text{Bild}) = 0,5$
 A: „Es wird dreimal geworfen, zweimal erscheint Zahl und einmal erscheint Bild“.
 $P(A) = 3 \cdot 0,5^3 = \frac{3}{8} = 0,375$

2.2 A: „In einer Gruppe von fünf Freunden hat niemand die Blutgruppe Null.“
 \bar{A} : „In einer Gruppe von fünf Freunden hat mindestens einer die Blutgruppe Null.“

2.3 $E(X) = 0,2$
 $E(X) = 0,2 \cdot (-3) + u \cdot (-1) \cdot 0 \cdot w + 5 \cdot 0,2$
 $-0,6 - u + 1 = 0,2$
 $u = 0,2$
 $\sum P(X = x) = 1 = 0,2 + 0,2 + w + 0,2$
 $w = 0,4$

Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) Mustersatz 1

A3 Vektorgeometrie Lösung

$$3.1 \quad \vec{n}_{E_1} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}; \vec{n}_{E_2} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Wegen $\vec{n}_{E_1} \neq k \cdot \vec{n}_{E_2}$ sind E_1 und E_2 weder parallel noch identisch.

- 3.2 Die Punkte A und B sind mit in beiden Ebenen liegend gegeben. Somit müssen die beiden Punkte auf der Schnittgeraden der beiden Ebenen liegen.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$\vec{OC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0,5 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1,5 \end{pmatrix}$$

Der Punkt $C(3|0|1,5)$ liegt ebenfalls in E_1 und E_2 .

Hinweis: Alle anderen Lösungen mit $r \in \mathbb{R} \neq 1$ sind ebenfalls möglich.

- 3.3 Der Koeffizient 5 von x_2 in Gleichung von E_2 muss auf 0,5 geändert werden. Dadurch entsteht die Gleichung der Ebene E_1 , denn:

$$E_2^*: \quad -3x_1 + 0,5x_2 + 2x_3 = -6 \quad | \quad \cdot (-2)$$

$$6x_1 - x_2 - 4x_3 = 12$$

Hieraus folgt: $E_1 = 2 \cdot E_2^*$

A3 Matrizen und Prozesse Lösung

$$3.1 \quad M = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,2 \\ 0,3 & 0,8 \end{pmatrix}$$

Die Elemente in der Hauptdiagonalen von M^2 geben die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Kunde zwei Wochen später wieder den gleichen Saft kauft.

$$3.2 \quad (E - A) \cdot \vec{x} = \vec{0}$$

$$\begin{pmatrix} 0,2 & -0,6 \\ -0,2 & 0,6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$0,2x_1 - 0,6x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 3x_2$$

$$-0,2x_1 + 0,6x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 3x_2$$

Wir wählen $x_2 = u$.

Somit ergibt sich: $x = \begin{pmatrix} 3u \\ u \end{pmatrix}; u \in \mathbb{R}$