Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) *Mustersatz 2*

A1 Analysis Lösung

1.1 $f(x) = \frac{1}{2} sin(2x) - 1 \qquad f(0) = -1$

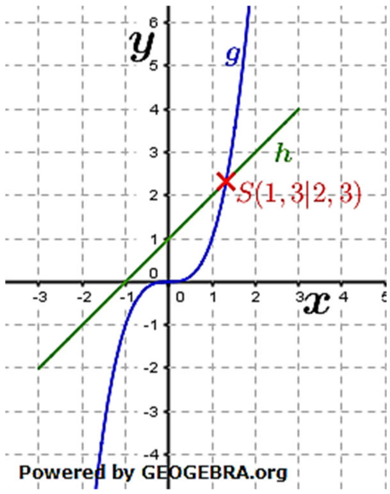
$f'(x) = cos(2x) \qquad f'(0) = 1$

$t(x) = f'(0) \cdot (x - 0) + f(0)$

$t(x) = x - 1$

Die Gleichung der Tangente in $S_y(0|-1)$ ist $t(x) = x - 1$.

1.2 Die Lösung kann z. B. graphisch als Nullstelle eines Graphen g mit $g(x) = x^3 - x - 1$ bestimmt werden. Mit der Eingabe dieser Funktion in den Funktionsspeicher des WTR kann dann über die Tabelle nach der/den Nullstellen gesucht werden.
Alternativ kann man die Schnittpunkte zweier Graphen der Funktionen g mit $g(x) = x^3$ und h mit $h(x) = x + 1$ bestimmen. Aus der seitlichen Grafik ist erkennbar, dass es nur einen Schnittpunkt gibt, d.h., die Gleichung hat nur eine Lösung.
Der x-Wert des Schnittpunktes ist die Lösung der Gleichung.



1.3 Die ersten drei Bedingungen entsprechen den Informationen im Text:

- $p(0) = 0$ — K verläuft durch den Ursprung
- $p''(-2) = 0$ — K hat bei $x = -2$ eine Wendestelle
- $p(-2) = 4$ — K verläuft durch den Punkt $P(-2|4)$

Die vierte Bedingung $p(4) = 0$ ist falsch. Im Text ist $Q(4|0)$ Punkt der Wendetangente und nicht Punkt der Polynomfunktion.

1.4 Der kleinste Integralwert ist $\int_0^3 g(x)\,dx$. Die positive Fläche im Intervall $[0;1]$ ist kleiner als die negative Fläche im Intervall $[1;3]$, damit gilt $\int_0^3 g(x)\,dx < 0$.

Der mittlere Integralwert ist $\int_{-1}^{3,5} g(x)\,dx$. Die Funktion ist punktsymmetrisch zum Punkt $P(1|0)$, d.h., das Integral $\int_{-1}^{3} g(x)\,dx = 0$, sodass der Wert des Integrals $\int_{-1}^{3,5} g(x)\,dx$ gleich dem Wert des Integrals $\int_{3}^{3,5} g(x)\,dx$ entspricht. $\int_{-1}^{3,5} g(x)\,dx > 0$.

Den größten Wert besitzt $\int_{-1}^{1} g(x)\,dx$, da der Graph der Funktion im Intervall $[-1;1]$ausschließlich oberhalb der x-Achse verläuft. Somit ist $\int_{-1}^{1} g(x)\,dx > \int_{-1}^{3,5} g(x)\,dx$. Insgesamt gilt:
(A)<(C)<(B)

A2 Stochastik Lösung

2.1 In einer Urne befinden sich 5 blaue und 5 rote Kugeln, es wird dreimal ohne Zurücklegen gezogen.

E: „Mindestens einmal tritt A ein".
Das Gegenereignis $\overline{E}$ ist dann „B tritt dreimal ein."
Dann ist $P(E) = 1 - P(\overline{E}) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = 1 - \frac{12}{144} = \frac{132}{144} = \frac{11}{12}$

.

2.2 Die Aussage ist wahr. Es sei:
A: „es fällt genau einmal Kopf".
B: „es fällt genau 98 Mal Kopf".
$P(A) = B_{100;0,5}(X = 1) = \binom{100}{1} \cdot 0{,}5^1 \cdot 0{,}5^{99}$
$P(B) = B_{100;0,5}(X = 98) = \binom{100}{98} \cdot 0{,}5^{98} \cdot 0{,}5^2$
Zwar ist jeweils $0{,}5^{100}$, jedoch ist $\binom{100}{98} = \frac{100 \cdot 99}{2}$ größer als $\binom{100}{1} = \frac{100}{1}$.

A3 Vektorgeometrie Lösung

3.1 (A) $g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix};\ r \in \mathbb{R}$ verläuft in E.

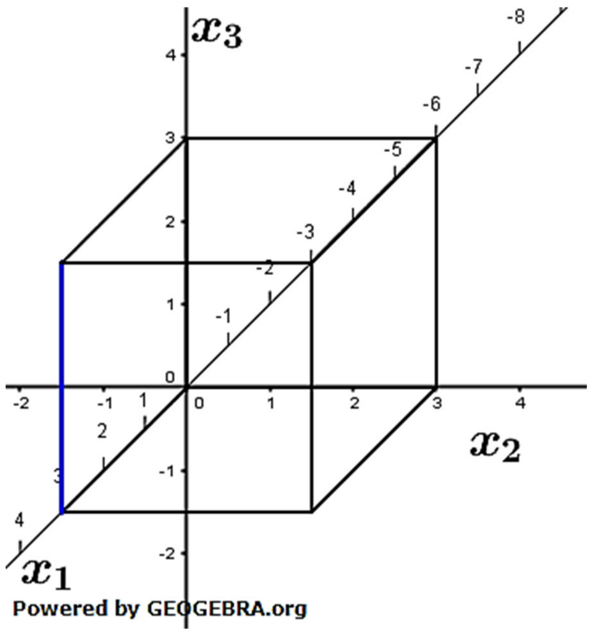
(B) $g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix};\ s \in \mathbb{R}$ verläuft parallel zu E.

3.2 Siehe Grafik rechts.

Beispiel (andere Lösungen möglich):

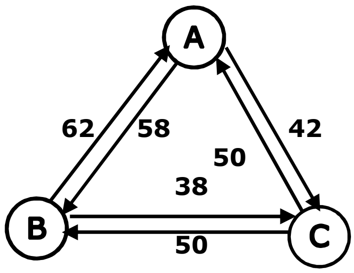
Die blaue Kante liegt auf der Geraden mit der Gleichung

$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix};\ t \in \mathbb{R}$



A3 Matrizen und Prozesse Lösung

3.1



In der Hauptdiagonalen der Matrix stehen die Häufigkeiten, mit der jede Person SMS an sich selbst schreibt. Das ist nicht möglich, daher steht hier stets 0.

3.2 Bei (1) kann $\boldsymbol{X}$ ausgeklammert werden: $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}=(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E})\cdot\boldsymbol{X}$

Bei (2) kann man $\boldsymbol{X}$ nicht ausklammern, da $\boldsymbol{X}$ von links mit $\boldsymbol{A}$ und von rechts mit $\boldsymbol{B}$ multipliziert wird.

Wenn $\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{E}$ nicht invertierbar ist, kann man die Gleichung $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{X}+2\boldsymbol{X}=\boldsymbol{B}$ nicht nach $\boldsymbol{X}$ umstellen.

Eine mögliche Matrix dafür ist $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 0\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix}$