

Aufgabe A9



1. Zwei Seiten eines idealen Würfels sind mit S , zwei weitere sind mit A und zwei Seiten sind mit B beschriftet.
Bei einem Schulfest der „Schule am Berg“ (SAB) stehen drei derart beschriftete Würfel zur Verfügung. Bei einem Versuch werden diese Würfel gleichzeitig geworfen.
 - 1.1 Berechne die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse: **5P**
 - A: Alle drei Würfel zeigen des gleichen Buchstaben.
 - B: Mindestens ein Würfel zeigt den Buchstaben S .
 Zeige, dass mit der Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{9}$ mit den gewürfelten Buchstaben das Wort SAB gebildet werden kann.
 - 1.2 Formuliere für den oben beschriebenen Versuch ein Ereignis dessen Wahrscheinlichkeit $\frac{7}{27}$ ist. **2P**
 - 1.3 Wie viele Versuche braucht man mindestens, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % mindestens einmal das Wort SAB bilden zu können? **3P**
 - 1.4 Wer nach einem Versuch das Wort SAB bilden kann, erhält einen Preis. **5P**
Ein Spiel besteht aus drei Versuchen. Pro Spiel kann man also maximal drei Preise erhalten.
Wie viele Preise erhält man durchschnittlich pro Spiel?
Gib eine begründete Empfehlung, wie viele Preise die Schule bereithalten sollte, wenn insgesamt maximal 900 Spiele auf dem Schulfest gemacht werden.

Aufgabe A10

2. In der „Fußball-Bundesliga“ steigt die Anzahl der Besucher pro Spiel ständig. Dabei ist das Publikum mittlerweile zu 25 % weiblich.
 - 2.1 Bei einem Bundesliga-Spiel wird das Geschlecht von 50 zufällig ausgewählten Zuschauern erfasst. **4P**
Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass:
 - A: genau 17 Zuschauer weiblich sind.
 - B: mindestens 11 und höchstens 18 Zuschauer weiblich sind.
 - C: nur die letzten 8 befragten Zuschauer weiblich sind.
 - 2.2 Beschreibe im vorliegenden Sachzusammenhang ein Ereignis E , dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term **4P**

$$P = 1 - \sum_{k=0}^{300} \binom{1000}{k} \cdot 0,25^k \cdot 0,75^{1000-k}$$
 berechnet werden kann.

Abituraufgaben Stochastik BG (Teil 3 mit Hilfsmittel) **Musteraufgaben**

- 2.3 Bei einem Bundesliga-Spiel strömen 20 000 Zuschauer ins Stadion. **3P**
Hierbei wird wiederum angenommen, dass 25 % der Zuschauer weiblich sind. An weibliche Zuschauer soll ein Flyer verteilt werden, der auf ein spezielles Getränkeangebot hinweist.
In welchem Intervall liegt die Anzahl der benötigten Flyer mit einer Wahrscheinlichkeit von 95,4 %?
Der Geschäftsführer des Unternehmens, welches die Flyer druckt, empfiehlt, die Wahrscheinlichkeit auf 99,7 % zu erhöhen.
Weshalb schlägt der Geschäftsführer dies wohl vor?
- 2.4 Bei einem Bundesliga-Spiel wird vermutet, dass der Anteil weiblicher Zuschauer sogar auf über 25 % gestiegen ist. Von 134 erfassten Zuschauern waren 36 Frauen. **4P**
Bestimme ein 95 % Vertrauensintervall für den Anteil weiblicher Zuschauer.

Aufgabe A11

1. Eine Firma stellt Bodenfliesen aus Keramik her. Damit eine Fliese als „1. Wahl“ gilt, muss sie strenge Qualitätsnormen erfüllen. Alle anderen Fliesen werden als „2. Wahl“ bezeichnet.
Eine zufällig ausgewählte Fliese ist erfahrungsgemäß „2. Wahl“ mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0,2$.
Jede Packung enthält 20 Fliesen.
- 1.1 Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer Packung genau vier „2. Wahl“-Fliesen enthalten sind. **4P**
Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer Packung mindestens 90 % der Fliesen die Qualität „1. Wahl“ haben.
Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer Packung die Anzahl der „2. Wahl“-Fliesen höchstens um 2 von der erwarteten Anzahl abweicht.
- 1.2 Die 20 Fliesen einer Packung wurden in 4 Reihen mit jeweils 5 Fliesen verlegt. Ermittle die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es mindestens eine Reihe gibt, die nur „1. Wahl“-Fliesen enthält. **2P**
- 1.3 Für besonders anspruchsvolle Kunden soll eine Sorte „Premium“ angeboten werden, die nur aus „1. Wahl“-Fliesen besteht. **4P**
Dazu will die Firma die „2. Wahl“-Fliesen aus der Produktion aussortieren. Für einen ersten Sortiervorgang wird ein Testgerät verwendet, das allerdings nicht immer optimal funktioniert.
Das Testgerät erkennt eine „2. Wahl“-Fliese mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % und sortiert sie aus. Andererseits wird eine „1. Wahl“-Fliese mit einer Wahrscheinlichkeit von 5 % zu Unrecht als „2. Wahl“ aussortiert.
Gib die Wahrscheinlichkeit an, mit der das Testgerät eine zufällig ausgewählte Fliese als „1. Wahl“ einstuft (also nicht aussortiert).
Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Fliese, die bei der Prüfung nicht aussortiert wurde, in Wirklichkeit eine „2. Wahl“-Fliese ist.

Abituraufgaben Stochastik BG (Teil 3 mit Hilfsmittel) **Musteraufgaben**
Aufgabe A12

2. Die Polizei plant für das Spiel der beiden Fußballvereine Rot-Weiß Essen (RWE) und TuS Bottrop (TuS) einen Einsatz. Sie geht davon aus, dass 48 % der Zuschauer Fans von RWE und 30 % vom TuS sind. Keiner der Fans ist Fan von beiden Vereinen. Die restlichen Zuschauer werden als neutral eingestuft. Die Polizei weiß aus Erfahrung, dass 15 % aller Zuschauer Alkohol bei sich haben, unter den RWE-Fans sind es sogar 20 % und unter den TuS-Fans nur 10 %.
- 2.1 Die Polizei kontrolliert vor dem Stadion vier zufällig ausgewählte Personen aus einer Gruppe von RWE-Fans. **6P**
Berechne die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
A: Mindestens eine Person hat Alkohol dabei.
B: Genau zwei Personen haben Alkohol dabei.
C: Höchstens eine Person hat keinen Alkohol dabei.
- 2.2 Wie viel Prozent der neutralen Zuschauer haben Alkohol bei sich? **5P**
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von allen Personen, die Alkohol dabei haben, eine zufällig ausgewählte Person ein TuS-Fan ist?
- 2.3 Bei einem anderen Fußballspiel wurden 200 Zuschauer kontrolliert, von welchen 66 Alkohol bei sich hatten. Insgesamt sind 12000 Zuschauer im Stadion. **4P**
Bestimme ein Intervall zum Vertrauensniveau von 90 % für die Anzahl an Zuschauern im Stadion, die Alkohol dabei haben.

Aufgabe A13

1. Ein Großhändler bezieht Energiesparlampen von drei unterschiedlichen Herstellern *A*, *B* und *C*, die baugleiche Lampen herstellen. Diese Lampen verpackt er unabhängig vom Hersteller in einer einheitlichen Verpackung und verkauft sie dann weiter. Nach umfangreichen Prüfzyklen stellt sich heraus, dass 4 % der Energiesparlampen von Hersteller *A*, 7 % der Lampen von *B* und 10 % der Lampen von *C* schon nach 300 Brennstunden deutlich weniger hell leuchten. Zur Vereinfachung werden diese Lampen „Mondlampen“ genannt. Der Großhändler beliefert regelmäßig einen Supermarkt mit Energiesparlampen: 50 % der Lampen stammen von Hersteller *A*, 30 % von *B* und 20 % von *C*.
- 1.1 Ein Kunde kauft eine zufällig ausgewählte Lampe aus dem Supermarkt. **3P**
Berechne die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die gekaufte Lampe eine Mondlampe ist.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die gekaufte Lampe keine Mondlampe ist und nicht von Hersteller *C* stammt.

Abituraufgaben Stochastik BG (Teil 3 mit Hilfsmittel) Musteraufgaben

- 1.2 Der Kunde stellt nach 300 Betriebsstunden fest, dass seine im Supermarkt gekaufte Lampe eine Mondlampe ist. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Mondlampe von Hersteller A stammt. **3P**
- 1.3 Ein Kunde kauft 50 Lampen von Hersteller A. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
E: höchstens 3 Mondlampen darunter sind;
F: genau 2 Mondlampen darunter sind;
G: mindestens 1 und höchstens 4 Mondlampen darunter sind. **6P**
- 1.4 Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als die erwartete Anzahl von Mondlampen darunter sind, wenn die Lampen alle aus einer Lieferung des Herstellers B stammen. **3P**

Aufgabe A14

2. Ein Jahrmarktbudenbesitzer bietet das Glücksspiel „Entenangeln“ an. Bei diesem Spiel angelt man drei Gummi-Enten ohne Zurücklegen aus der Wanne mit 100 Gummi-Enten. Die Enten unterscheiden sich nur durch eine farbige Markierung auf ihrer Unterseite, die der Spieler beim Angeln nicht erkennen kann.

Laut Veranstalter ist die Markierung der Enten wie in folgender Tabelle:

Markierung	Rot	Blau	Grün	Gelb	Golden
Anzahl	50	30	15	4	1

- 2.1 Berechne die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse für ein Spiel: **5P**
A: Es wird keine Ente mit roter Markierung gezogen.
B: Es werden 3 gleichmarkierte Enten gezogen.
C: Jede der Farben rot, blau, grün kommt einmal vor.
- 2.2 Zeige, dass die Wahrscheinlichkeit, die golden markierte Ente zu Angeln, im ersten Zug genauso groß wie im zweiten bzw. dritten Zug ist. **3P**
- 2.3 Je nach Farbe der Markierung erhält der Spieler Punkte, die anschließend addiert und gegen den Preis eingetauscht werden können. Für jede rot markierte Ente erhält der Spieler 10 Punkte, für jede blaue 20 Punkte, grün 50 Punkte, gelb 100 Punkte und für die golden markierte Ente gibt es 500 Punkte. **3P**
 Wie viele Punkte kann ein Spieler beim Angeln der ersten Ente im Mittel erwarten?
- 2.4 Marina hat viele Spiele beobachtet, in denen sich unter den jeweils drei gezogenen Enten niemals die golden markierte Ente befand. Sie sagt: „Ich bin mir sicher, dass die golden markierte Ente nicht in der Wanne ist, denn ich habe so viele Spiele beobachtet, dass diese Ente mit mehr als 80% Wahrscheinlichkeit in mindestens einem Spiel hätte gezogen werden müssen.“ **4P**
 Wie viele Spiele hat Marina mindestens beobachtet?

Abituraufgaben Stochastik BG (Teil 3 mit Hilfsmittel) Musteraufgaben

Lösung A9

- 1.1 Gleichzeitige Werfen von drei Würfeln ist zu behandeln wie dreimaliges Werfen hintereinander.

$$\Omega_A = \{SSS; AAA; BBB\}$$

$$P(A) = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9} = 0,1111 = 11,1 \%$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B})$$

$\bar{B}$: Kein Würfel zeigt den Buchstaben S.

$$P(\bar{B}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27} = 0,2963 = 29,6 \%$$

$$P(B) = 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$$

Sei das Ereignis C: Mit den gewürfelten Buchstaben das Wort SAB bilden.

$$P(C) = 3! \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{6}{27} = \frac{2}{9} \quad \text{q.e.d.}$$

- 1.2 Da jedes einzelne Ergebnis die Wahrscheinlichkeit $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$ besitzt, muss man ein Ereignis formulieren, welches 7 Ergebnisse beinhaltet. Hierzu gibt es sehr viele Lösungsmöglichkeiten.

Da das Ereignis aus Teilaufgabe 1.1 (die Buchstaben SAB in beliebiger Reihenfolge) schon 6 Ergebnisse beinhaltet, muss dieses nur um ein Ergebnis ergänzt werden.

Ereignis: „Man kann aus den gewürfelten Buchstaben das Wort SAB bilden oder man erhält dreimal S„.

- 1.3 $P(C) = \frac{2}{9}$; $P(\bar{C}) = \frac{7}{9}$ (siehe Teilaufgabe 1.1)

Gesucht ist der Stichprobenumfang n .

$$B_{n; \frac{2}{9}}(X \geq 1) > 0,9$$

$$1 - B_{n; \frac{2}{9}}(X = 0) > 0,9$$

$$B_{n; \frac{2}{9}}(X = 0) < 0,1$$

$$\binom{n}{0} \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^0 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^n < 0,1$$

$$1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^n < 0,1$$

$$n \cdot \ln\left(\frac{7}{9}\right) < \ln(0,1)$$

$$n > \frac{\ln(0,1)}{\ln\left(\frac{7}{9}\right)} = 9,162$$

Man benötigt mindestens 10 Versuche.

- 1.4 Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der erhaltenen Preise an. Gesucht wird der Erwartungswert $E(x)$.

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\left(\frac{7}{9}\right)^3 = \frac{343}{729}$	$3 \cdot \frac{2}{9} \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^2 = \frac{98}{243}$	$3 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^2 \cdot \frac{7}{9} = \frac{28}{243}$	$\left(\frac{2}{9}\right)^3 = \frac{8}{729}$
$x_i \cdot P(X = x_i)$	0	$\frac{98}{243}$	$\frac{56}{243}$	$\frac{24}{729}$

$$E(x) = \sum_{i=1}^4 x_i \cdot P(X = x_i) = 0 + \frac{98}{243} + \frac{56}{243} + \frac{24}{729} = \frac{2}{3}$$

Erwartungswert bei max. 900 Spielen: $900 \cdot \frac{2}{3} = 600$.

Es ist also mit 600 Preisen im Durchschnitt zu rechnen.

Die Schule sollte somit etwa 700 Preise bereithalten, das sind etwa mehr als im Schnitt zu erwarten ist.

Abituraufgaben Stochastik BG (Teil 3 mit Hilfsmittel) **Musteraufgaben**
Lösung A10

- 2.1 Binomialverteilung mit $n = 50$ und $p = 0,25$ für weibliche Besucher.
 $P(A) = B_{50;0,25}(X = 17) = 0,0432 = 4,3 \%$ (WTR)
 $P(B) = B_{50;0,25}(11 \leq X \leq 18) = B_{50;0,25}(X \leq 18) - B_{50;0,25}(X \leq 10) = 0,7091 = 70,9 \%$
 $P(C) = 0,75^{42} \cdot 0,25^8 = 8,6 \cdot 10^{-11} \approx 0$
- 2.2 Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter 1000 Besuchern eines Fußballspiels mindestens 300 Frauen befinden.
- 2.3 Wegen der angegebenen Wahrscheinlichkeit 95,4 % muss das $2 - \sigma$ -Intervall verwendet werden.
 $\mu = n \cdot p = 20000 \cdot 0,25 = 5000; \quad z = 2$
 $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = \sqrt{20000 \cdot 0,25 \cdot 0,75} = 61,24$
 2- σ -Intervall:
 $[5000 - 2 \cdot 61,24; 5000 + 2 \cdot 61,24] = [4877,5; 5122,0]$
Mit einer Wahrscheinlichkeit von 95,4 % liegt die Anzahl der benötigten Flyer zwischen 4878 und 5122 Stück.
 Empfehlung des Geschäftsführers:
 Wahrscheinlichkeit von 99,7 % entspricht dem 3- σ -Intervall: $[4817; 5182]$.
Der Geschäftsführer möchte mehr Flyer drucken und damit seinen Umsatz steigern.
- 2.4 95 %-Vertrauensintervall:
 $h = \frac{36}{134} = 0,27; \quad n = 134; \quad z = 1,96$

$$\left[0,27 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,27 \cdot (1 - 0,27)}{134}}; 0,27 + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,27 \cdot (1 - 0,27)}{134}} \right] = [0,19; 0,35]$$

Mit 95,4 %-iger Sicherheit liegt der Anteil der weiblichen Zuschauer zwischen 19 % und 35 %.

Lösung A11

- 1.1 Binomialverteilung mit $n = 20$ und $p = 0,2$ für „2. Wahl“-Fliesen.
 A: In einer Packung sind genau vier „2. Wahl“-Fliesen.
 $P(A) = B_{20;0,2}(X = 4) = 0,2182 = 21,8 \%$
 B: In einer Packung sind mindestens 90 % der Fliesen „1.-Wahl“-Fliesen.
 $20 \cdot 0,9 = 18$ „1. Wahl“-Fliesen, also höchstens zwei „2. Wahl“-Fliesen.
 $P(B) = B_{20;0,2}(X \leq 2) = 0,2061 = 20,6 \%$
 C: Eine Packung enthält höchstens um 2 von der erwarteten Anzahl der „2.-Wahl“-Fliesen abweichende Anzahl „2. Wahl“-Fliesen.
 $\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,2 = 4$
 $\mu - 2 = 2; \quad \mu + 2 = 6$
 $P(C) = B_{20;0,2}(2 \leq X \leq 6) = B_{20;0,2}(X \leq 6) - B_{20;0,2}(X \leq 1) = 0,8441 = 84,4 \%$
- 1.2 Zunächst bestimmen wir die Wahrscheinlichkeit, dass eine Reihe nur aus „1. Wahl“-Fliesen besteht:
 $P = 0,8^5 = 0,3277$ (5 Fliesen)
 Mindestens eine Reihe nur aus „1. Wahl“-Fliesen über das Gegenereignis „Keine Reihe besteht nur aus „1. Wahl“-Fliesen“.
 $P = 1 - (1 - 0,3277)^4 = 1 - (0,6723)^4 = 0,7957 = 79,6 \%$ (4 Reihen)

Abituraufgaben Stochastik BG (Teil 3 mit Hilfsmittel) *Musteraufgaben*

- 1.3 Es sei $W1$: Fliese „1. Wahl“; $W2$: Fliese „2. Wahl“, weiterhin a : aussortiert; $\bar{a}$: nicht aussortiert.

E : Eine zufällig ausgewählte Fliese wird als „1. Wahl“-Fliese nicht aussortiert.

$$\Omega_E = \{W1; \bar{a}, W2\bar{a};\}$$

$$P(E) = 0,8 \cdot 0,95 + 0,2 \cdot 0,1 = 0,78 = 78 \%$$

Die Wahrscheinlichkeit, mit der das Testgerät eine zufällig ausgewählte Fliese als „1. Wahl“ einstuft (also nicht aussortiert) beträgt 78 %.

Nun liegt Fragestellung zur bedingten Wahrscheinlichkeit vor, da bekannt ist, dass die Fliese nicht aussortiert wurde, $P(E) = 0,78$

F : Fliese ist „2. Wahl“, $P(F) = 0,2$

$$P_E(F) = \frac{P(F \cap E)}{P(E)} = \frac{0,2 \cdot 0,1}{0,78} = 0,0256$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 2,56 % ist eine Fliese, die bei der Prüfung nicht aussortiert wurde, in Wirklichkeit „2. Wahl“.

Lösung A12

- 2.1 Binomialverteilung mit $n = 4$ und $p = 0,2$ für RWE-Fans mit Alkohol.

$$P(A) = B_{4;0,2}(X \geq 1) = 1 - B_{4;0,2}(X = 0) = 0,5944 = 59,4 \% \text{ (WTR)}$$

$$P(B) = B_{4;0,2}(X = 2) = 0,1536 = 15,4 \% \text{ (WTR)}$$

$$P(C) = B_{4;0,2}(X \geq 3) = 1 - B_{4;0,2}(X \leq 2) = 0,0272 = 2,7 \% \text{ (WTR)}$$

- 2.2 Anteil der neutralen Zuschauer:

Da 15 % aller Zuschauer Alkohol bei sich haben, muss gelten:

$$0,48 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,1 + 0,22 \cdot x = 0,15$$

$$x = 0,109$$

Ca. 10,9 % der neutralen Zuschauer haben also Alkohol bei sich.

Nun liegt Fragestellung zur bedingten Wahrscheinlichkeit vor, da bekannt ist, dass die ausgewählte Person Alkohol bei sich hat.

B : Person hat Alkohol bei sich (Vorwissen); $P(B) = 0,15$

A : Person ist TuS-Fan (gesuchtes Ereignis)

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3 \cdot 0,1}{0,15} = 0,2$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 % ist die Person ein TuS-Fan.

- 2.3 90 %-Vertrauensintervall:

$$h = \frac{66}{200} = 0,33; n = 200; \gamma = 0,9 \text{ ergibt } z = 1,64$$

$$\left[0,33 - 1,64 \cdot \sqrt{\frac{0,33 \cdot (1-0,33)}{200}}; 0,33 + 1,64 \cdot \sqrt{\frac{0,33 \cdot (1-0,33)}{200}} \right] = [0,2755; 0,3845]$$

Anzahl der Zuschauer mit Alkohol:

$$0,2755 \cdot 12000 = 3306; 0,3845 \cdot 12000 = 4614$$

Mit 90 %-iger Sicherheit haben mindestens 3306 und höchstens 4614 Zuschauer Alkohol dabei.

Abituraufgaben Stochastik BG (Teil 3 mit Hilfsmittel) Musteraufgaben Lösung A13

1.1 Es sei Mondlampe = m , keine Mondlampe = $\bar{m}$ dann gilt:

$$p_{m_A} = 0,04; p_{m_B} = 0,07; p_{m_V} = 0,1; p_A = 0,5; p_B = 0,3; p_C = 0,2$$

E : Gekaufte Lampe ist Mondlampe

F : Gekaufte Lampe ist keine Mondlampe und nicht von Hersteller C .

$$\Omega_E = \{p_A p_{m_A}; p_B p_{m_B}; p_C p_{m_C}\}$$

$$P(E) = 0,04 \cdot 0,5 + 0,07 \cdot 0,3 + 0,1 \cdot 0,2 = 0,061 = 6,1 \%$$

$$\Omega_F = \{p_A p_{\bar{m}_A}; p_B p_{\bar{m}_B}\}$$

$$P(F) = 0,96 \cdot 0,5 + 0,93 \cdot 0,3 = 0,759 = 75,9 \%$$

1.2 Fragestellung der bedingten Wahrscheinlichkeit, da bekannt ist, dass die Lampe eine Mondlampe ist.

A : Lampe stammt von Hersteller (gesuchte Wahrscheinlichkeit).

B : Lampe ist Mondlampe (Vorwissen); $P(B) = 0,061$

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,5 \cdot 0,04}{0,61} = 0,3279$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 32,8 % ist die Mondlampe von Hersteller A .

1.3 Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Mondlampen an.

Binomialverteilung (alle Lampen sind von Hersteller A) mit $n = 50$; $p = 0,04$.

$$B_{50;0,04}(X \leq 3) = 0,8609 = 86,1 \% \text{ (WTR)}$$

$$B_{50;0,04}(X = 2) = 0,2736 = 27,4 \% \text{ (WTR)}$$

$$B_{50;0,04}(1 \leq X \leq 4) = B_{50;0,04}(X \leq 4) - B_{50;0,04}(X = 0) = 0,951 - 0,132 = 0,821 \text{ (WTR)}$$

1.4 Die Zufallsvariable Y gibt die Anzahl der Mondlampen an.

Binomialverteilung (alle Lampen sind von Hersteller B) mit $n = 50$; $p = 0,07$ und $X > \mu$ mit $\mu = n \cdot p = 50 \cdot 0,07 = 3,5$.

$$B_{50;0,07}(Y \geq 4) = 1 - B_{50;0,07}(Y \leq 3) = 1 - 0,5327 = 0,4673 \text{ (WTR)}$$

Lösung A14

2.1 $p_r = 0,50$; $p_b = 0,3$; $p_{gr} = 0,15$; $p_{ge} = 0,04$; $p_{gold} = 0,01$;

A : Keine Ente mit roter Markierung

$$\Omega_A = \{p_{\bar{r}} p_{\bar{r}} p_{\bar{r}}\}$$

$$P(A) = \frac{50}{100} \cdot \frac{49}{99} \cdot \frac{48}{98} = \frac{4}{33}$$

B : Drei gleichfarbige Enten.

$$\Omega_B = \{rrr; bbb; grgrgr; gegege\}$$

$$P(B) = \frac{50}{100} \cdot \frac{49}{99} \cdot \frac{48}{98} + \frac{30}{100} \cdot \frac{29}{99} \cdot \frac{28}{98} + \frac{15}{100} \cdot \frac{14}{99} \cdot \frac{13}{98} + \frac{4}{100} \cdot \frac{3}{99} \cdot \frac{2}{98} = 0,149$$

$$\Omega_C = \{rbgr; rgrb; grrb; grbr; brgr; bgrr\}$$

$$P(C) = 3! \cdot \frac{50}{100} \cdot \frac{30}{99} \cdot \frac{15}{98} = 6 \cdot \frac{50}{100} \cdot \frac{30}{99} \cdot \frac{15}{98} = 0,139$$

$$2.2 \quad P(\text{Gold 1. Zug}) = \frac{50}{100}$$

$$P(\text{Gold 2. Zug}) = \frac{100}{100} \cdot \frac{1}{99} = \frac{1}{100}$$

$$P(\text{Gold 3. Zug}) = \frac{99}{100} \cdot \frac{98}{99} \cdot \frac{1}{98} = \frac{1}{100}$$

Abituraufgaben Stochastik BG (Teil 3 mit Hilfsmittel) **Musteraufgaben**

- 2.3 Gefragt ist der Erwartungswert für die Punktzahl für den ersten Zug.
 Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl erreichbarer Punkte an.

x_i	10	20	50	100	500
$P(X = x_i)$	$\frac{50}{100}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{1}{100}$
$x_i \cdot P(X = x_i)$	5	6	7,5	4	5

$$E(x) = \sum_{i=1}^5 x_i \cdot P(X = x_i) = 5 + 6 + 7,5 + 4 + 5 = 27,5$$

Ein Spieler kann im Durchschnitt beim ersten Angeln mit 27,5 Punkten rechnen.

- 2.4 Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der goldenen Enten an.
 n =gesucht, $p = 0,01$ für goldene Ente und $P(X \geq 1) > 0,8$.

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left(\frac{99}{100} \cdot \frac{98}{99} \cdot \frac{97}{98}\right)^n$$

$$1 - \left(\frac{97}{100}\right)^n > 0,8$$

$$\left(\frac{97}{100}\right)^n < 0,2 \quad | \quad \ln$$

$$n \cdot \ln\left(\frac{97}{100}\right) = \ln(0,2)$$

$$n > \frac{\ln(0,2)}{\ln\left(\frac{97}{100}\right)} = 52,8$$

Marina hat mindestens 53 Spiele beobachtet.