

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 7

Teil2 - Analysis / Anwendungsorientierte Analysis

Die Aufgabe A1 ist zu bearbeiten.



Aufgabe A1

1.1 Gegeben ist die Funktion s mit $s(x) = \frac{1}{2}x + 1 + 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$; $x \in \mathbb{R}$.
Das Schaubild von s ist C .

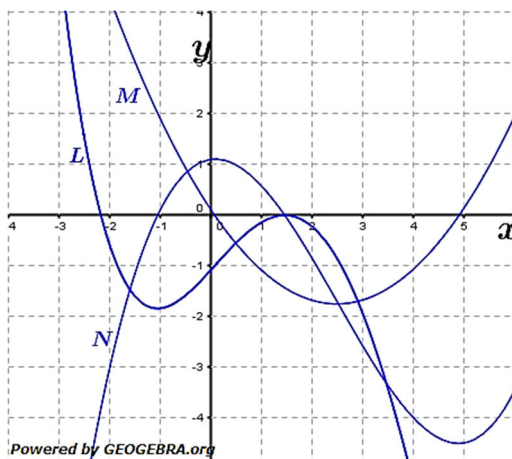
1.1.1 Zeichne C für $-2 \leq x \leq 6$. **6P**
Untersuche, welche Werte die Steigung von C annehmen kann.

1.1.2 Weise nach, dass die Gerade g mit der Gleichung $y = 0,5x - 1$ **3P**
Das Schaubild C an den Stellen $x_1 = -2$ und $x_2 = 6$ berührt.

1.1.3 C und g begrenzen für $-2 \leq x \leq 6$ eine Fläche. **3P**
Berechne deren Inhalt.

1.2 Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt der Schaubilder einer Funktion h ,
ihrer Ableitungsfunktion h' und einer Stammfunktion H von h .

1.2.1 Ordne die Schaubilder den Funktionen h , h' und H zu und begründe deine Entscheidung. **3P**



1.2.2 Das Schaubild N und die x -Achse begrenzen eine Fläche, die oberhalb der x -Achse liegt. **2P**
Bestimme näherungsweise deren Inhalt.

1.3 G ist das Schaubild von f mit $f(x) = 1 - e^{-x}$; $x \in \mathbb{R}$. **3P**
 \bar{G} entsteht durch Spiegelung von G an der y -Achse. Zeige, dass sich G und \bar{G} senkrecht schneiden.

Aufgabe A2

2. Die Monatsmittelwerte der Lufttemperatur in München sind in der Tabelle aufgelistet.

Monat	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
Mittlere Temperatur in °C	-2,1	-0,9	3,3	8,0	12,5	15,8	17,5	16,6	13,4	7,9	3,0	-0,7

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 7

- 2.1 Der Temperaturverlauf soll durch eine Funktion g mit **4P**
 $g(x) = a \sin(b(x+c)) + d; x \in [0; 12]$
angenähert werden, wobei die Temperaturen der Monatsmitte zuzuordnen sind (z.B. $g(0,5) = -2,1$).
Welche Bedeutung haben die Konstanten a und d für den Temperaturverlauf in München während des Jahres?
Bestimme die Konstanten a, b, c und d .
- 2.2 Die Lufttemperatur in $^{\circ}\text{C}$ in München während eines Tages kann näherungsweise beschrieben werden durch die Funktion f mit
 $f(x) = 9,7 \sin\left(\frac{\pi}{12}(x - 9,4)\right) + 14,8; x \in [0; 24]$.
- 2.2.1 Formuliere einen Ansatz zur Berechnung der mittleren Lufttemperatur von 4 Uhr bis 9 Uhr morgens. **2P**
- 2.2.2 Um wieviel Uhr nimmt die Temperatur in München an diesem Tag am stärksten zu? **4P**

Aufgabe A3

3. Der Bestand an fester Holzmasse $h(t)$ zum Zeitpunkt t in einem Wald wird durch die Funktion h mit $h(t) = 10^5 \cdot e^{0,02t}; t \geq 0$ beschrieben.
Dabei wird die Zeit t in Jahren und der Bestand $h(t)$ in m^3 gemessen.
($t = 0$ steht für das Jahr 2013)
- 3.1 Mit welchem Bestand wird im Jahr 2020 gerechnet? Nach welcher Zeit wird der Bestand erstmals über $150\,000 \text{ m}^3$ liegen? **3P**
- 3.2 Um wie viel Prozent nimmt der Holzbestand im Verlaufe des ersten Jahres zu? **1P**
- 3.3 Nach wie vielen Jahren wird die momentane Änderungsrate 2500 m^3 pro Jahr betragen? **3P**
- 3.4 Um eine Fragestellung zu beantworten, wählt Tom den Ansatz **3P**
 $\frac{1}{4} \int_3^7 h'(t) dt$.
Timo hingegen will mit der Berechnung von $\frac{1}{4} \int_3^7 h(7) - h(3) dt$ die Frage lösen.
Notiere eine passende Fragestellung und bewerte die beiden Ansätze.

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 7

Aufgabe A4

4. Zwei Ingenieure planen den Bau eines Wasserkanals. In Ihrer Modellrechnung setzen sie für den Kanalquerschnitt ein $x - y$ -Koordinatensystem so an, dass die x -Achse genau auf der Höhe des normalen Wasserstandes (Normalpegel) verläuft. Eine Längeneinheit entspricht einem Meter.

Unterhalb des Normalpegels wird die Randkurve des Kanalquerschnitts durch die Funktion f mit $f(x) = 0,0125x^4 - 3,2$ beschrieben.

- 4.1 Stelle den gesamten Kanalquerschnitt in einem Koordinatensystem dar. **3P**
- 4.2 Oberhalb des Normalpegels wird die Begrenzung des Kanals tangential fortgeführt. Diese geradlinigen Fortführungen sind für einen 1,80 Meter über Normalpegel liegenden Wasserstand ausgelegt. Berechne die Breite des Kanals in Höhe des Pegelstandes. **3P**
- 4.3 Die Ingenieure gehen von einer Strömungsgeschwindigkeit von $1,3 \frac{m}{s}$ aus. Wie viel Kubikmeter Wasser fließen pro Sekunde bei Normalpegel durch den Kanalquerschnitt? **4P**

Teil 3 - Stochastik

Aufgabe A1

1. Ein Großhändler bezieht Energiesparlampen von drei unterschiedlichen Herstellern A , B und C , die baugleiche Lampen herstellen. Diese Lampen verpackt er unabhängig vom Hersteller in einer einheitlichen Verpackung und verkauft sie dann weiter. Nach umfangreichen Prüfzyklen stellt sich heraus, dass 4 % der Energiesparlampen von Hersteller A , 7 % der Lampen von B und 10 % der Lampen von C schon nach 300 Brennstunden deutlich weniger hell leuchten. Zur Vereinfachung werden diese Lampen „Mondlampen“ genannt. Der Großhändler beliefert regelmäßig einen Supermarkt mit Energiesparlampen: 50 % der Lampen stammen von Hersteller A , 30 % von B und 20 % von C .

- 1.1 Ein Kunde kauft eine zufällig ausgewählte Lampe aus dem Supermarkt. **3P**
Berechne die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die gekaufte Lampe eine Mondlampe ist.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die gekaufte Lampe keine Mondlampe ist und nicht von Hersteller C stammt.

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 7

- 1.2 Der Kunde stellt nach 300 Betriebsstunden fest, dass seine im Supermarkt gekaufte Lampe eine Mondlampe ist. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Mondlampe von Hersteller A stammt. **3P**
- 1.3 Ein Kunde kauft 50 Lampen von Hersteller A . Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
- E : höchstens 3 Mondlampen darunter sind;
 F : genau 2 Mondlampen darunter sind;
 G : mindestens 1 und höchstens 4 Mondlampen darunter sind. **6P**
- 1.4 Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als die erwartete Anzahl von Mondlampen darunter sind, wenn die Lampen alle aus einer Lieferung des Herstellers B stammen. **3P**

Aufgabe A2

2. Ein Jahrmarktbudenbesitzer bietet das Glücksspiel „Entenangeln“ an. Bei diesem Spiel angelt man drei Gummi-Enten ohne Zurücklegen aus der Wanne mit 100 Gummi-Enten. Die Enten unterscheiden sich nur durch eine farbige Markierung auf ihrer Unterseite, die der Spieler beim Angeln nicht erkennen kann. Laut Veranstalter ist die Markierung der Enten wie in folgender Tabelle:

Markierung	Rot	Blau	Grün	Gelb	Golden
Anzahl	50	30	15	4	1

- 2.1 Berechne die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse für ein Spiel: **5P**
- A : Es wird keine Ente mit roter Markierung gezogen.
 B : Es werden 3 gleichmarkierte Enten gezogen.
 C : Jede der Farben rot, blau, grün kommt einmal vor.
- 2.2 Zeige, dass die Wahrscheinlichkeit, die golden markierte Ente zu Angeln, im ersten Zug genauso groß wie im zweiten bzw. dritten Zug ist. **3P**
- 2.3 Je nach Farbe der Markierung erhält der Spieler Punkte, die anschließend addiert und gegen den Preis eingetauscht werden können. Für jede rot markierte Ente erhält der Spieler 10 Punkte, für jede blaue 20 Punkte, grün 50 Punkte, gelb 100 Punkte und für die golden markierte Ente gibt es 500 Punkte. Wie viele Punkte kann ein Spieler beim Angeln der ersten Ente im Mittel erwarten? **3P**

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 7

- 2.4 Marina hat viele Spiele beobachtet, in denen sich unter den jeweils drei gezogenen Enten niemals die golden markierte Ente befand. Sie sagt: „Ich bin mir sicher, dass die golden markierte Ente nicht in der Wanne ist, denn ich habe so viele Spiele beobachtet, dass diese Ente mit mehr als 80% Wahrscheinlichkeit in mindestens einem Spiel hätte gezogen werden müssen.“
Wie viele Spiele hat Marina mindestens beobachtet? **4P**

Teil4 – Vektorgeometrie / Matrizen und Prozesse

Aufgabe A1

Aufgabe ist zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet „Vektorgeometrie“ im Unterricht behandelt.

- 1.1 Ermittle die Lagebeziehung der Ebenen und der Geraden g : **5P**

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix}; r, s \in \mathbb{R}; \quad g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}.$$

- 1.2 Die Punkte $A(4|0|0)$, $B(0|4|0)$ und $C(0|0|8)$ sind die Eckpunkte eines Dreiecks. **5P**
Zeige, dass es sich um ein gleichschenkliges Dreieck handelt und berechne die Größe des Winkels ACB .

- 1.3 Ermittle die Koordinaten eines Punktes D , der das Dreieck zu einer Raute ergänzt. **5P**
In die Raute soll ein möglichst großer Kreis einbeschrieben werden. Ermittle den Radius des Kreises.

Aufgabe A1 (nicht für TG)

Aufgabe ist zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet „Matrizen und Prozesse“ im Unterricht behandelt.

1. Ein Reisebüro pflegt eine Datei mit Adressen von langjährigen Stammkunden. Dabei wird unterschieden zwischen den Kunden, die im abgelaufenen Jahr genau einen Urlaub bei dem Reisebüro gebucht haben (Kundengruppe E), Kunden, die im abgelaufenen Jahr mehr als einen Urlaub bei dem Reisebüro gebucht haben (Kundengruppe M), und Kunden, die im abgelaufenen Jahr keinen Urlaub bei dem Reisebüro gebucht haben (Kundengruppe K).
Das folgende jährliche Wechselverhalten der Kunden ist zu beobachten:

10 % der Kunden aus Gruppe E werden zu Kunden der Gruppe M

15 % der Kunden aus Gruppe E werden zu Kunden der Gruppe K

20 % der Kunden aus Gruppe M werden zu Kunden der Gruppe E

20 % der Kunden aus Gruppe M werden zu Kunden der Gruppe K

57 % der Kunden aus Gruppe K werden zu Kunden der Gruppe E

28 % der Kunden aus Gruppe K werden zu Kunden der Gruppe M

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 7

- 1.1 Gib eine stochastische Übergangsmatrix an, die dieses Verhalten beschreibt. **3P**

- 1.2 Vervollständige $A^2 = \begin{pmatrix} 0,668 & \dots & 0,569 \\ 0,177 & 0,436 & \dots \\ 0,155 & \dots & 0,164 \end{pmatrix}$ und interpretiere **5P**
den Eintrag in der dritten Zeile und ersten Spalte sowie den Eintrag in der zweiten Zeile und zweiten Spalte.

Aufgrund einer Änderung des Buchungsverhaltens gilt nun die folgende Übergangsmatrix:

$$A^* = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & q \\ 0,1 & 0,6 & 0,95 - q \\ 0,1 & 0,2 & 0,05 \end{pmatrix} \text{ mit } 0 \leq q \leq 0,95$$

Im Jahr 2016 gehören 3100 Kunden zur Gruppe E , 1300 Kunden zur Gruppe M und 600 Kunden zur Gruppe K .

- 1.3 Zeige, dass diese Verteilung für $q = 0,6$ stabil ist. **2P**
- 1.4 Ermittle den Wert von q für den Fall, dass sich im Jahr 2017 herausstellt, dass 1342 Kunden in diesem Jahr mehr als einen Urlaub gebucht haben. Gib die Verteilung für 2017 an. **5P**