Aufgabe P1/2012

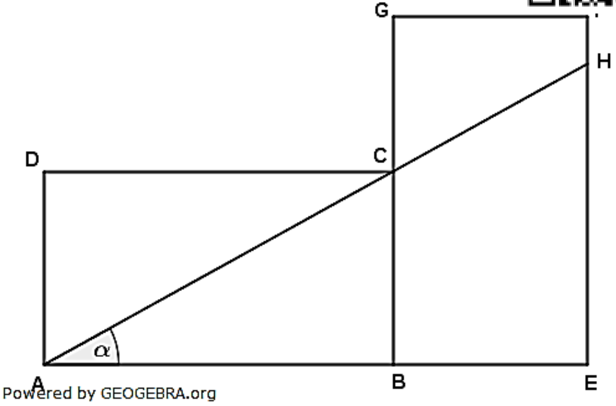
Die Rechtecke $ABCD$ und $BEFG$ sind kongruent. Sie haben die Punkte B und C gemeinsam, wobei C auf der Strecke $\overline{AH}$ liegt.
Es gilt:

$\overline{AD} = 4{,}5\ cm$

$\alpha = 29°$

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks $CHFG$.

Lösung: $A_{CHFG} = 10{,}7\ cm^2$



Aufgabe P2/2012

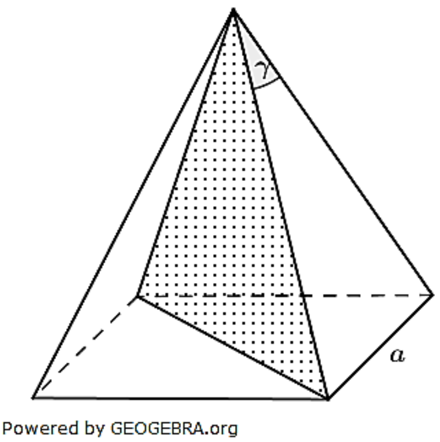
Eine massive quadratische Pyramide wird durch einen Diagonalschnitt halbiert.
Es gilt:

$a = 8{,}6\ cm$

$\gamma = 40{,}8°.$

Berechnen Sie die Oberfläche einer der beiden Pyramidenhälften.

Lösung: $O_{Halbpyramide} = 202\ cm^2$



Aufgabe P3/2012

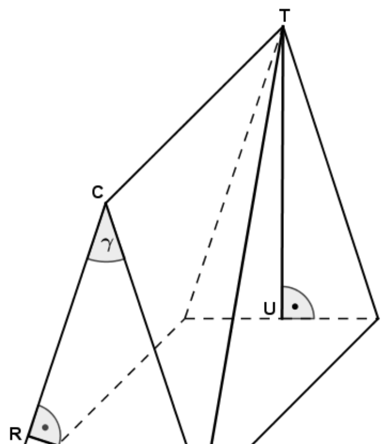
Auf einem gleichschenkligen Dreiecksprisma liegt der Streckenzug $RSTU$ mit der Länge $23{,}4\ cm$.
Es gilt:

$\overline{CS} = 6{,}0\ cm$

$\gamma = 38{,}2°$

Berechnen Sie das Volumen des Prismas.

Lösung: $V = 141\ cm^3$



Aufgabe P4/2012

Seit dem Jahr 2007 können Städte und Kommunen Umweltzonen zur Reduzierung des Schadstoffausstoßes durch Fahrzeuge einrichten.
Zur Kennzeichnung werden grüne, gelbe und rote Plaketten verwendet.
In einem Parkhaus stehen 51 Autos mit einer grünen, 23 Autos mit einer gelben und 11 Autos mit einer roten Umweltplakette.
An der Ausfahrt fahren zwei Autos nacheinander aus.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben die beiden ausfahrenden Autos Plaketten mit gleicher Farbe? Lösung: $p = \frac{3166}{7140} \approx 44{,}3\ \%$
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eines der beiden ausfahrenden Autos eine grüne Plakette hat? Lösung: $p = \frac{59}{70} \approx 84{,}3\ \%$

Aufgabe P5/2012

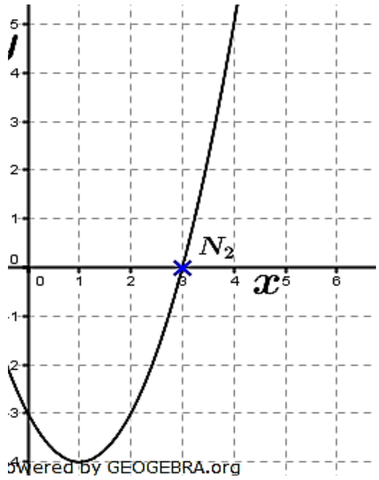
Lösen Sie das folgende Gleichungssystem:
(1) $2(x - 3y) - (x - y) = 7$
(2) $2(5y - x) + 16 = \frac{4x-2}{3}$

$\mathbb{L} = \{(2; -1)\}$

Aufgabe P6/2012

Das Schaubild zeigt einen Ausschnitt einer verschobenen Normalparabel p. Sie schneidet die x–Achse in N_1 und N_2
Bestimmen Sie die Koordinaten von N_2 rechnerisch oder über eine Argumentation.
Eine Gerade g verläuft durch die Punkte N_1 und $P(8|36)$. Berechnen Sie die Koordinaten des zweiten Schnittpunkts Q von p und g.

Lösung: $N_1(-1|0); Q(7|32)$



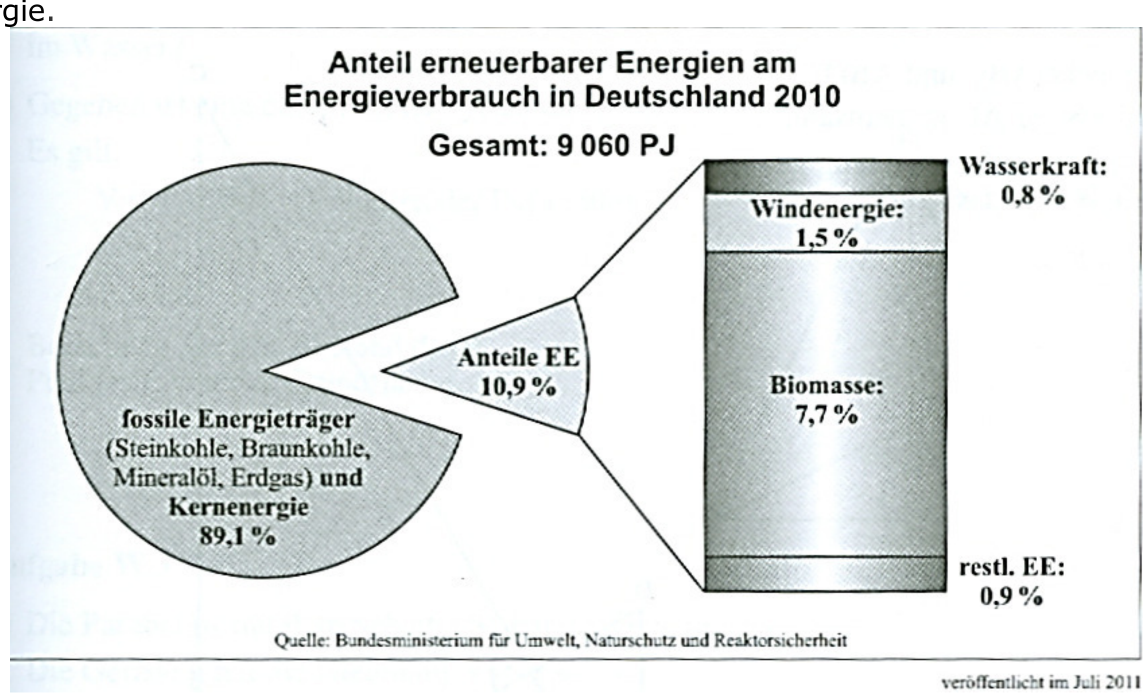
Aufgabe P7/2012

Bei einer Umfrage in der Klasse 9a der Pestalozzi-Realschule wurden 21 Schülerinnen und Schüler über die Höhe ihres monatlichen Taschengeldes befragt.
Stellen Sie die Verteilung der Daten in einem Boxplot dar.
Geben Sie die dafür notwendigen Kennwerte an.
Vier weitere Schülerinnen und Schüler der 9a wurden nachträglich befragt. Sie erhalten folgende Taschengeldbeträge: $10\ €$, $20\ €$, $30\ €$ und $40\ €$.
Verändert sich dadurch der Boxplot?
Begründen Sie Ihre Aussage.

Euro	Anzahl
0	II
10	II
15	II
20	III
25	II
30	IIII
35	I
40	III
50	I
60	I

Aufgabe P8/2012

Das Diagramm zeigt den Energieverbrauch in Deutschland im Jahr 2010. Dabei unterscheidet man zwischen fossilen Energieträgern und erneuerbaren Energien. Der Anteil der erneuerbaren Energien (EE) ist zusätzlich in unterschiedliche Energiearten aufgeteilt. Petajoule (PJ) ist eine Maßeinheit für Energie.



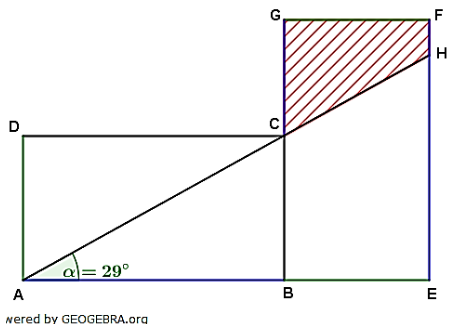
Berechnen Sie die im Jahr 2010 durch Windenergie erzeugte Energiemenge in Petajoule.
Wie hoch ist der prozentuale Anteil der Biomasse an den erneuerbaren Energien?
Pauline möchte die einzelnen Energiearten der erneuerbaren Energien (Wasserkraft, Windenergie, Biomasse und restliche EE) im obigen Kreisdiagramm darstellen. Wie groß müsste der Mittelpunktswinkel für Wasserkraft sein?

Lösung: Energiemenge Wind 2010: $135{,}9\ PJ$
Anteil Biomasse an erneuerbaren Energien: $71\ \%$
Mittelpunktswinkel für Wasserkraft ca. $2{,}9\,°$

Lösung P1/2012

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{AB}$ über $tan\alpha$.
Berechnung von $\overline{EH}$ über $sin\alpha$.
Berechnung von $\overline{FH}$ über Differenz aus $\overline{AB}$ und $\overline{EH}$.
Berechnung von $\overline{GC}$ über Differenz aus $\overline{AB}$ und $\overline{AD}$.
Berechnung von A_{CHFG} über die Flächenformel des Trapezes.



Klausuraufschrieb

$A_{CHFG} = \frac{1}{2} \cdot (\overline{FH} + \overline{GC}) \cdot \overline{GF}$

$\overline{AB}$: $\quad tan\alpha = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{CD};\ :tan\alpha$

$\overline{AB} = \frac{\overline{AD}}{tan\alpha} = \frac{4{,}5}{tan29°} = 8{,}12$

$\overline{EH}$: $\quad tan\alpha = \frac{\overline{EH}}{\overline{AB}+\overline{BE}} \quad | \quad \cdot (\overline{AB} + \overline{BE})$

$\overline{EH} = (\overline{AB} + \overline{BE}) \cdot tan\alpha = (8{,}12 + 4{,}5) \cdot tan29° = 7$

$\overline{FH}$: $\quad \overline{FH} = \overline{AB} - \overline{EH} = 8{,}12 - 7 = 1{,}12$

$\overline{GC}$: $\quad \overline{AB} - \overline{AD} = 8{,}12 - 4{,}5 = 3{,}62$

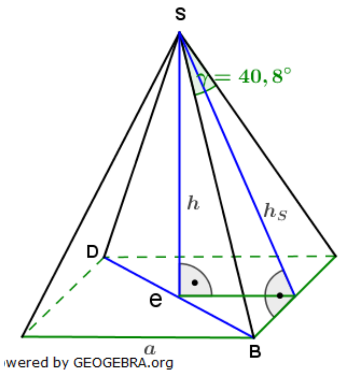
A_{CHFG}: $\quad A_{CHFG} = \frac{1}{2} \cdot (\overline{FH} + \overline{GC}) \cdot \overline{GF} = \frac{1}{2} \cdot (1{,}12 + 3{,}62) \cdot 4{,}5 = 10{,}67$

Die Fläche des Trapezes $CHFG$ *beträgt* $10{,}7\ cm^2$.

Lösung P2/2012

Lösungslogik

Berechnung von h_S über den $tan\frac{\gamma}{2}$.
Berechnung von h über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Diagonalen e der Grundfläche.
Berechnung der Oberfläche der Pyramide über die Oberflächenformel.
Halbierung der Oberfläche.
Berechnung der Dreiecksfläche BSD.
Berechnung der Oberfläche der Pyramidenhälfte.



Klausuraufschrieb

$O_{Halb} = \frac{O_{Pyramide}}{2} + A_{BSD}$

$O_{Halb} = \frac{a^2+2\cdot a\cdot h_S}{2} + \frac{1}{2} \cdot e \cdot h$

h_S: $\quad tan\frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{h_S} \quad | \quad \cdot h_S;\ :tan\frac{\gamma}{2}$

$h_S = \frac{\frac{a}{2}}{tan\frac{\gamma}{2}} = \frac{4{,}3}{tan20{,}4°} = 11{,}56$

h: $\quad h = \sqrt{h_S^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{11{,}56^2 - 4{,}3^2} \quad | \quad$ Satz des Pythagoras

$h = \sqrt{115{,}1436} = 10{,}73$

e: $\quad e = a \cdot \sqrt{2} = 8{,}6 \cdot \sqrt{2} = 12{,}16$

O_{Halb}: $\quad O_{Halb} = \frac{8{,}6^2 + 2 \cdot 8{,}6 \cdot 11{,}56}{2} + \frac{1}{2} \cdot 12{,}16 \cdot 10{,}73 = 136{,}396 + 65{,}2384$

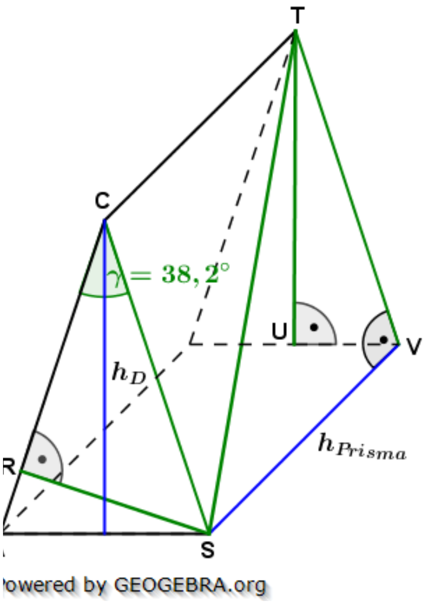
$\quad O_{Halb} = 201{,}63$

Die Oberfläche einer der beiden Pyramidenhälften beträgt etwa $202\ cm^2$*.*

Lösung Aufgabe P3/2012

Lösungslogik

Das Volumen des Prismas errechnet sich aus der Fläche des Dreiecks ASC multipliziert mit der Höhe des Prismas $h_{Prisma} = \overline{SV}$.
Die Strecke $h_{Prisma} = \overline{SV}$ berechnet sich über den Satz des Pythagoras und den Längen der Strecken $\overline{ST}$ und $\overline{TV} = \overline{CS}$.
$\overline{ST}$ errechnet sich aus der Differenz des Streckenzuges $RSTU$ und der Strecken $\overline{RS}$ und $\overline{TU} = h_D$.
$\overline{RS}$ errechnet sich über den $sin\gamma$.
h_D errechnet sich über den $cos\frac{\gamma}{2}$.
Die Fläche des Dreiecks ASC errechnet sich nun über die Flächenformel des Dreiecks.
Berechnung des Volumens des Prismas.



Klausuraufschrieb

$\overline{RS}$: $\quad sin\gamma = \frac{\overline{RS}}{\overline{CS}} \quad | \cdot \overline{CS}$

$\quad \overline{RS} = \overline{SC} \cdot sin\gamma = 6 \cdot sin38{,}2° = 3{,}71$

h_D: $\quad cos\frac{\gamma}{2} = \frac{h_D}{\overline{CS}} \quad | \cdot \overline{CS}$

$\quad h_D = \overline{CS} \cdot cos\frac{\gamma}{2} = 6 \cdot cos19{,}1° = 5{,}67$

$\overline{ST}$: $\quad \overline{ST} = \overline{RSTU} - \overline{RS} - h_D = 23{,}4 - 3{,}71 - 5{,}67 = 14{,}02$

$\overline{SV}$: $\quad \overline{SV} = \sqrt{\overline{ST}^2 - \overline{CS}^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$\quad \overline{SV} = \sqrt{14{,}02^2 - 6^2} = 12{,}67$

A_{ASC}: $\quad A_{ASC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{CS} \cdot \overline{RS} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3{,}71 = 11{,}13$

V_{Prisma}: $V_{Prisma} = A_{ASC} \cdot h_{Prisma} = A_{ASC} \cdot \overline{SV} = 11{,}13 \cdot 12{,}67 = 141{,}02$

Das Volumen des Prismas beträgt $141\ cm^3$*.*

Lösung P4/2012

Lösungslogik

Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen.
Aufstellung der Einzelwahrscheinlichkeit für die erste Ausfahrt eines Autos pro Plakette.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit „beide Autos haben Plaketten mit gleicher Farbe".
Berechnung der Wahrscheinlichkeit „mindestens eines der beiden Autos hat eine grüne Plakette". Hierzu erklären wir die gelben und roten Plaketten zu „nicht grün" und berechnen die Wahrscheinlichkeit über das Gegenereignis.

Klausuraufschrieb

$P(grün) = \frac{51}{85}$ $\quad P(gelb) = \frac{23}{85}$ $\quad P(rot) = \frac{11}{85}$

A: *„beide ausfahrenden Autos haben gleichfarbige Plaketten"*

$P(A) = P\{(gr;gr);(ge;ge);(ro;ro)\}$

$P(gr;gr) = \frac{51}{85} \cdot \frac{50}{84} = \frac{2550}{7140}$ $\quad P(ge;ge) = \frac{23}{85} \cdot \frac{22}{84} = \frac{506}{7140}$ $\quad P(ro;ro) = \frac{11}{85} \cdot \frac{10}{84} = \frac{110}{7140}$

$P(A) = \frac{2550+506+110}{7140} = \frac{3166}{7140} \approx 44{,}3\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Autos gleichfarbige Plaketten haben, beträgt $44{,}3\ \%$.

B: „mindestens eines der ausfahrenden Autos hat eine grüne Plakette"

$P(B) = 1 - P(\overline{gr};\overline{gr})$

$P(\overline{gr};\overline{gr}) = \frac{34}{85} \cdot \frac{33}{84} = \frac{1122}{7140}$

$P(B) = 1 - \frac{1122}{7140} = \frac{6018}{7140} = \frac{59}{70} \approx 84{,}3\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eines der Autos eine grüne Plakette hat, beträgt $84{,}3\ \%$.

Lösung P5/2012

(1)	$2(x-3y)-(x-y)=7$	ausmultiplizieren
(2)	$2(5y-x)+16=\frac{4x-2}{3}$	$\cdot 3$
(1)	$2x-6y-x+y=7$	$-x$
(2)	$6(5y-x)+48=4x-2$	ausmultiplizieren
(1)	$-5y=-x+7$	$\cdot 6$
(2)	$30y-6x+48=4x-2$	$+6x;\ -48$
(1)	$-30y=-6x+42$	
(2)	$30y=10x-50$	
(1)+(2)	$0=4x-8$	$+8$
	$4x=8$	$:4$
	$x=2 \longrightarrow\ (1)$	
(1)	$-5y=-2+7$	$:(-5)$
	$y=-1$	
	$\mathbb{L}=\{(2;-1)\}$	

Lösung P6/2012

Lösungslogik

Bestimmung des Scheitelpunktes S anhand der gegebenen Zeichnung. Dieser liegt bei $S(1|-4)$.

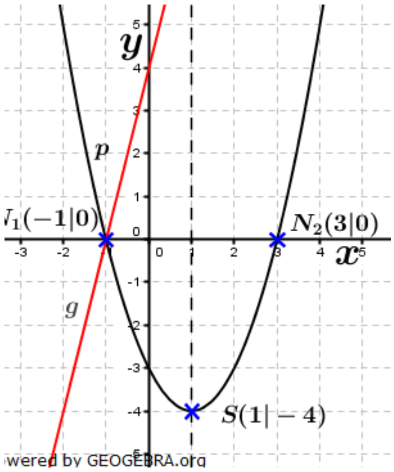
Prüfung, ob eine Normalparabel vorliegt. Vom Scheitelpunkt aus eine Stelle nach rechts und eine Stelle nach oben treffen wir wieder auf die Parabel. Vom Scheitel zwei Stellen nach rechts und vier Stellen nach oben treffen wir wieder auf die Parabel. Es ist also eine Normalparabel.

Aufstellung der Parabelgleichung über die Scheitelpunktgleichung.

Bestimmung der Nullstelle N_1 durch Argumentation:

Die Parallele zur y–Achse durch den Scheitel der Parabel ist Symmetrieachse. Die linke Nullstelle N_1 ist somit genausoweit von der Symmetrieachse nach links entfernt, wie die Nullstelle N_2 von der Symmetrieachse nach rechts entfernt liegt, hier also zwei Stellen. Zwei Stellen nach links von der Symmetrieachse liegt also der Punkt $N_1(-1|0)$.

Nullstellenbestimmung durch Rechnung:
Siehe Klausuraufschrieb
Aufstellung der Geradengleichung g.
Schnittpunktbestimmung von p mit g.



Klausuraufschrieb

Scheitelpunkt aus Zeichnung: $S(1|-4)$
Punktprobe $A(2|-3)$ liegt auf Parabel, Punktprobe $B(3|0)$ liegt auf Parabel, die Parabel ist eine Normalparabel.

p: $\quad y = (x-1)^2 - 4$
$\quad y = x^2 - 2x - 3$

Bestimmung der Nullstelle N_1 durch Argumentation:
N_1: Wegen der Symmetrieachse bei $x_0 = 1$ liegt N_1 genauso weit nach links von x_0 entfernt, wie N_2 nach rechts, also 2 Stellen. Die Koordinaten von N_1 sind somit $N_1(-1|0)$.

Nullstellenbestimmung durch Rechnung:
N_1: $\quad y = 0 \Longrightarrow \quad x^2 - 2x - 3 = 0$
$\quad x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+3} = 1 \pm 2 \qquad |\quad p/q$-Formel
$\quad x_1 = -1; \quad x_2 = 3$
$\quad N_1(-1|0)$

Geradengleichung von durch N_1 und P:
g: $\quad y = mx + b$
m: $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_P - y_{N_1}}{x_P - x_{N_1}} = \frac{36-0}{8-(-1)} = \frac{36}{9} = 4$
$\quad y = 4x + b \quad |\quad$ Punktprobe mit $N_1(-1|0)$
$\quad 0 = 4 \cdot (-1) + b \quad \Longrightarrow \quad b = 4$
$\quad y = 4x + 4$

Schnittpunkte von p mit g:
$p \cap g$: $\qquad |\quad$ Schnittpunkte durch Gleichsetzung
$\quad x^2 - 2x - 3 = 4x + 4 \qquad |\quad -4x; -4$
$\quad x^2 - 6x - 7 = 0 \qquad |\quad p/q$-Formel
$\quad x_{1,2} = +3 \pm \sqrt{9+7} = 3 \pm \sqrt{16} = 3 \pm 4$
$\quad x_1 = 7; \quad x_2 = -1$
$x_1 \longrightarrow g$:
$\quad y_1 = 4 \cdot x_1 + 4 = 4 \cdot 7 + 4 = 32$
Der Punkt Q hat die Koordinaten $Q(7|32)$.

Lösung P7/2012

Lösungslogik

Erstellung einer Rangliste
Berechnung des unteren und oberen Quartils, des Zentralwertes und der Spannweite.
Zeichnen des Boxplots
Beurteilung der Veränderung des Boxplots durch die Nachmeldungen.

<u>Klausuraufschrieb</u>

Rangliste:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Betrag (€)	0	0	10	10	15	15	20	20	20	25	25	30	30	30	30	35	40	40	40	50	60

q_u: $r_{q_u} = n \cdot 0{,}25 = 21 \cdot 0{,}25 = 5{,}25$

$q_u = x_6 = 15$ €

q_o: $r_{q_o} = n \cdot 0{,}75 = 21 \cdot 0{,}75 = 15{,}75$

$q_o = x_{16} = 35$ €

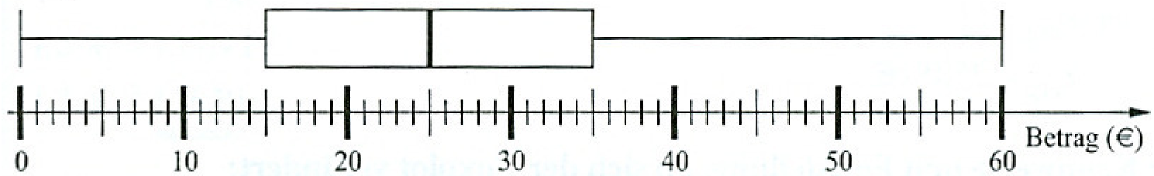
z: $r_z = n \cdot 0{,}5 = 21 \cdot 0{,}5 = 10{,}5$

$z = x_{11} = 25$ €

x_{Min}: $x_{Min} = 0{,}00$ €

x_{Max}: $x_{Max} = 60{,}00$ €

Boxplot:



Beurteilung der Nachmeldungen:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	…
Betrag (€)	0	0	10	10	10	15	15	20	20	20	20	25	25	
					↑ neu						↑ neu			

…	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	30	30	30	30	30	35	40	40	40	40	50	60
					↑ neu					↑ neu		

Da sich alle Nachmeldungen innerhalb der alten Reichweite befinden, haben diese keinen Einfluss auf die Reichweite.
Da sich zwei Nachmeldungen vor und zwei Nachmeldungen nach dem alten Zentralwert befinden, ändert sich der neue Zentralwert nicht.
Da sich eine Nachmeldung vor und eine Nachmeldung nach dem unteren Quartil befindet, ändert sich das untere Quartil nicht.
Da sich eine Nachmeldung vor und eine Nachmeldung nach dem oberen Quartil befindet, ändert sich das obere Quartil nicht.
Die Nachmeldungen haben somit keinen Einfluss auf die Form des Boxplots.

Lösung P8/2012

Energiemenge der Windenergie:

Aus der Grafik liest du ab, dass die Windenergie $1{,}5\ \%$ der Gesamtenergie ausmacht. Gesucht ist also der Prozentwert.

$P = G \cdot p = 9060 \cdot 0{,}015 = 135{,}9\ PJ$

Die im Jahre 2010 durch Windenergie erzeugte Energiemenge betrug etwa $136\ PJ$.

Prozentualer Anteil der Biomasse an den erneuerbaren Energien:

Für die weiteren Fragen dieser Aufgabe musst du zunächst die Anteile der Wasserkraft, der Biomasse sowie der restlichen Energieerzeuger ermitteln sowie die Gesamtmenge der von den erneuerbaren Energien erzeugten Energie. Alles sind jeweils Prozentwerte.

$P_{EE_{Ges}} = G \cdot p_{EE_{Ges}} = 9060 \cdot 0{,}109 \approx 987{,}5\ PJ$

$P_{EE_{Wasser}} = G \cdot p_{EE_{Wasser}} = 9060 \cdot 0{,}008 \approx 72{,}5\ PJ$

$P_{EE_{Wind}} \approx 136\ PJ$

$P_{EE_{Bio}} = G \cdot p_{EE_{Bio}} = 9060 \cdot 0{,}077 \approx 698\ PJ$

$P_{EE_{Rest}} = 987{,}5 - 72{,}5 - 136 - 698 = 81\ PJ$

Anteil der Biomasse an den erneuerbaren Energien.

Gegeben ist nun der Grundwert mit $G = P_{EE_{Ges}} = 987{,}5$ und der Prozentwert mit $P_{EE_{Bio}} = 698$. Gesucht ist der Prozentsatz p.

$p = \frac{P}{G} = \frac{698}{987{,}5} \approx 0{,}71 = 71\ \%$

Der Anteil der Biomasse an den erneuerbaren Energien beträgt etwa $71\ \%$.

Mittelpunktswinkel für die Wasserkraft:

Anteil der Wasserkraft am Energieverbrauch:

$\alpha = 360° \cdot 0{,}8\% \approx 2{,}9°$

Der Mittelpunktswinkel für die Wasserkraft beträgt ca. $2{,}9°$.