



Aufgabe P1/2022

Im rechtwinkligen Dreieck ABC gilt:

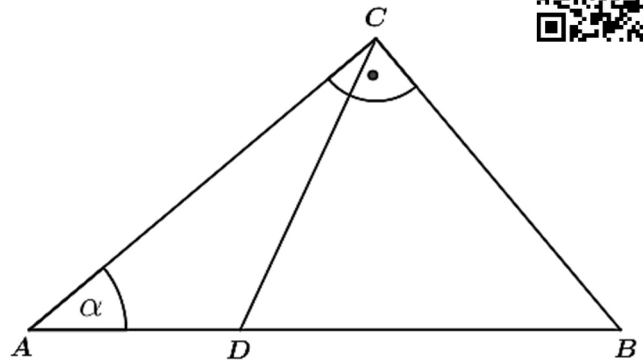
$$\overline{AC} = 9,5 \text{ cm}$$

$$\alpha = 40,0^\circ$$

$$\overline{BC} = \overline{BD}$$

Berechne den Umfang des Dreiecks ADC .

Lösung: $u_{ADC} = 20,7 \text{ cm}$



Powered by GEOGEBRA.org

Aufgabe P2/2022

1000 Wachskugeln werden eingeschmolzen. Sie haben jeweils einen Radius von $1,5 \text{ cm}$. Mit diesem eingeschmolzenen Wachs werden quadratische Pyramiden gegossen. Dazu wird die abgebildete Gussform verwendet. Diese wird vollständig mit Wachs gefüllt.

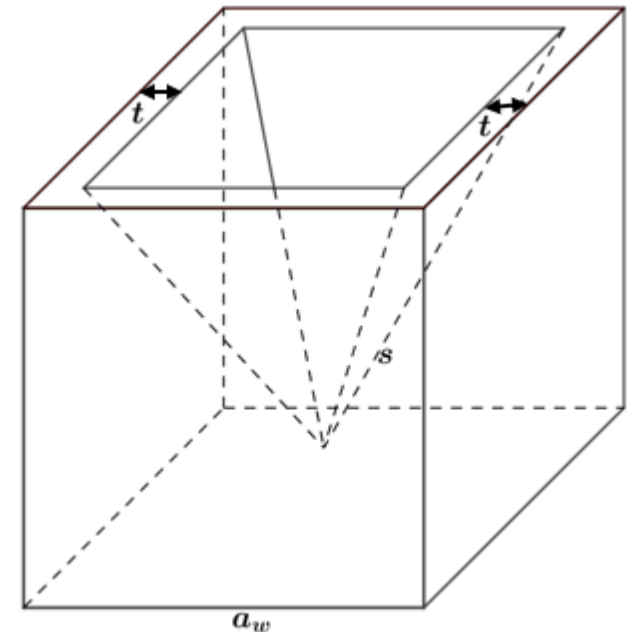
Es gilt:

$$a_w = 10 \text{ cm} \quad (\text{Grundkante W\u00fcrfel})$$

$$s = 9 \text{ cm}$$

$$t = 1 \text{ cm}$$

Wie viele solcher Pyramiden k\u00f6nnen mit dem eingeschmolzenen Wachs gegossen werden.



Powered by GEOGEBRA.org

Lösung: $n = 95 \text{ Pyramiden}$

Aufgabe P3/2022

L\u00f6sen Sie die Gleichung:

$$(x + 2)(x - 4) - x = 2(x - 3)^2 - 12$$

$$\mathbb{L} = \{2; 7\}$$

Aufgabe P4/2022

Das Schaubild zeigt den Ausschnitt einer verschobenen Normalparabel p .

- Bestimme die Funktionsgleichung von p .

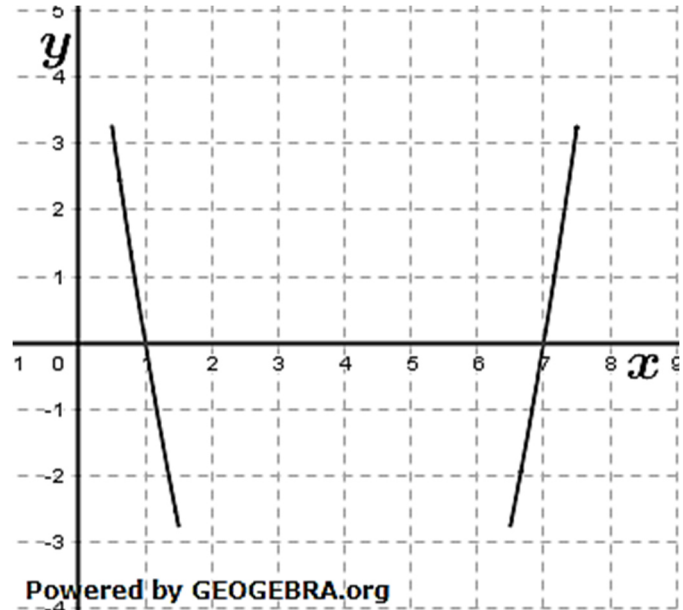
Die Wertetabelle gehört zur Parabel p .

| | | | | |
|-----|----|----|----|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 |
| y | | | | |

- Ergänze die fehlenden Werte in der Wertetabelle.

Die Gerade g mit der Funktionsgleichung $y = -2x + 2$ schneidet die Parabel p in den Punkten A und B .

- Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte A und B .



Lösungen: $p: y = x^2 - 8x + 7$
 $A(1|0); B(5|-8)$

Aufgabe P5/2022

Die Klasse 5c verkauft Lose beim Schulfest. Es gibt folgende Gewinne: 12 Fußbälle und 8 Basketbälle. Die restlichen 80 Lose sind Nieten. Fancesca möchte zwei Lose ziehen.

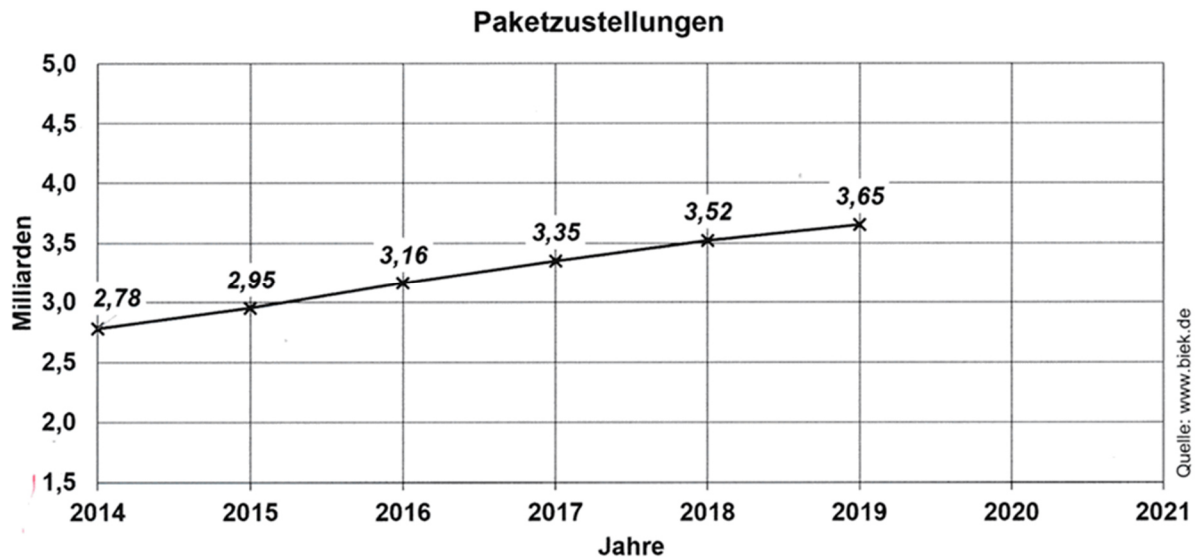
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie

- Zwei Nieten zieht?
- Einen Fußball und einen Basketball gewinnt?

Lösungen: $P(\text{zwei Nieten}) = 63,84 \%$
 $P(\text{Fußball und Basketball}) = 1,94 \%$

Aufgabe P6/2022

Die Paketzustellungen in Deutschland haben in den letzten Jahren zugenommen. Im Schaubild ist diese Entwicklung dargestellt.



- Um wie viel Prozent haben die Paketzustellungen von 2014 bis 2019 insgesamt zugenommen?

Der Dienstleister DHL hat im Jahr 2019 einen Anteil von 57,0 % an den gesamten Zustellungen.

- Wie viele Pakete wurden von DHL in 2019 zugestellt?

Im Jahr 2020 nahm die Anzahl der Paketzustellungen um 9,7 % zu.

Im darauffolgenden Jahr 2021 stieg die Anzahl der Paketzustellungen um 12,5 %.

- Trage die Werte für 2020 und 2021 in das oben abgebildete Diagramm ein.

Lösungen: *Anstieg Paketzustellungen von 2014 bis 2019: 31,3 %*

Anteil Zustellungen DHL in 2019: 2,1 Mrd. Pakete
Zustellungen in 2020 4, in 2021 4,5 Mrd. Pakete

Lösung P1/2022

Lösungslogik

Berechnung von β über die Winkelsumme im Dreieck ABC .

Berechnung von \overline{AB} im Dreieck ABC über $\cos(\alpha)$.

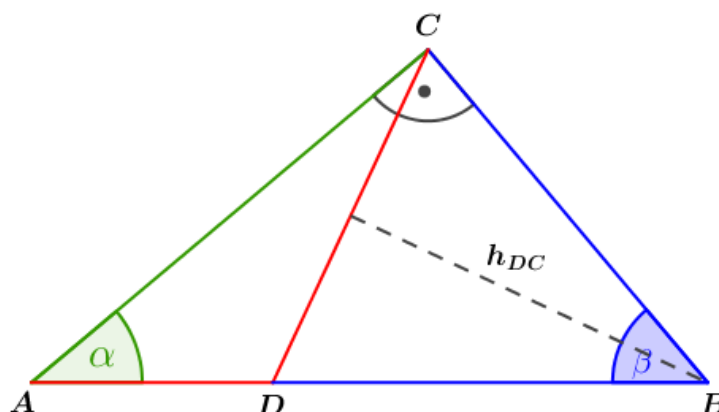
Berechnung von \overline{BC} im Dreieck ABC über $\tan(\alpha)$.

Das Dreieck DBC ist gleichschenkelig mit $\overline{BC} = \overline{BD}$.

Berechnung von $\frac{\overline{CD}}{2}$ über $\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)$.

Berechnung von \overline{AD} im Dreieck ADC über die Differenz aus \overline{AB} und \overline{BD} .

Berechnung von u_{ACD} über die Summe aus \overline{AD} , \overline{DC} und \overline{AC} .



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

$$u_{ACD} = \overline{AD} + \overline{CD} + \overline{AC}$$

$$\beta: \quad \beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$\overline{AB}: \quad \cos(\alpha) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$

$$\overline{AB} = \frac{\overline{AC}}{\cos(\alpha)} = \frac{9,5}{\cos(40^\circ)} = 12,40$$

$$\overline{BC}: \quad \tan(\alpha) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

$$\overline{BC}: \quad \overline{AC} \cdot \tan(\alpha) = 9,5 \cdot \tan(40^\circ) = 7,97$$

$$\overline{CD}: \quad \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{\frac{\overline{CD}}{2}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CD}}{2\overline{BC}}$$

$$\overline{CD} = 2 \cdot \overline{BC} \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) = 2 \cdot 7,97 \cdot \sin(25^\circ) = 6,74$$

$$\overline{AD}: \quad \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = 12,40 - 7,97 = 4,43$$

$$u_{ACD} = 4,43 + 6,74 + 9,5 = 20,67$$

Der Umfang des Dreiecks ADC beträgt 20,7 cm.

Lösung P2/2022

Lösungslogik

Wir bestimmen zunächst das Volumen einer Wachskugel über die Volumenformel einer Kugel.

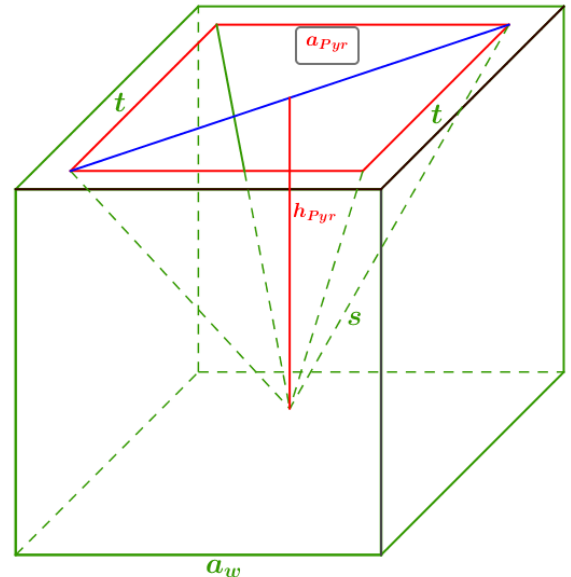
Das Kugelvolumen multipliziert mit 1000 ergibt das Gesamtvolumen des zu verarbeitenden Wachses.

Nun bestimmen wir das Volumen der Pyramide in der Gussform über die Volumenformel einer quadratischen Pyramide mit $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G_{Pyr} \cdot h_{pyr}$.

Die Grundfläche der Pyramide ergibt sich aus a_{pyr}^2 , wobei $a_{pyr} = a_w - 2 \cdot t$ ist.

Die Höhe der Pyramide bestimmen wir mit dem Satz des Pythagoras mit s als Hypotenuse, die halbe Diagonale der Grundfläche der Pyramide und der Höhe der Pyramide selbst.

Nun kann das Volumen errechnet werden. Das Gesamtvolumen des zu verarbeitenden Wachses dividiert durch das Volumen der Pyramide ergibt die Anzahl der herzustellenden Pyramiden.



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

$$n_{Pyr} = \frac{V_{Wachs}}{V_{Pyr}}$$

$$V_{Wachs}: \quad V_{Kugel} = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 1,5^3 = 14,14 \text{ cm}^3$$

$$V_{Wachs} = 1000 \cdot V_{Kugel} = 14140 \text{ cm}^3$$

$$V_{Pyr}: \quad V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot a_{pyr}^2 \cdot h_{pyr}$$

$$a_{pyr}: \quad a_{pyr} = a_w - 2 \cdot t = 10 - 2 = 8 \text{ cm}$$

$$h_{pyr}: \quad s^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + h_{pyr}^2$$

| Satz des Pythagoras

$$d: \quad d = a_{pyr} \cdot \sqrt{2}$$

| Länge der Diagonalen

$$d = 8 \cdot \sqrt{2} = 11,3138$$

$$h_{pyr} = \sqrt{s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{9^2 - \left(\frac{11,3138}{2}\right)^2} = 7$$

$$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 7 = \frac{443}{3} \text{ cm}^3$$

$$n_{Pyr}: \quad n_{Pyr} = \frac{14140}{\frac{443}{3}} = 95,75$$

Es können 95 Pyramiden aus dem Wachs geformt werden .

Lösung P3/2022

| | | |
|---|--|-------------------|
| $(x + 2)(x - 4) - x = 2(x - 3)^2 - 12$ | | ausmultiplizieren |
| $x^2 - 4x + 2x - 8 - x = 2x^2 - 12x + 18 - 12$ | | Zusammenfassen |
| $x^2 - 3x - 8 = 2x^2 - 12x + 6$ | | $-2x^2; +12x; -6$ |
| $-x^2 + 9x - 14 = 0$ | | $\cdot (-1)$ |
| $x^2 - 9x + 14 = 0$ | | p/q -Formel |
| $x_{1,2} = 4,5 \pm \sqrt{20,25 - 14} = 4,5 \pm \sqrt{6,25} = 4,5 \pm 2,5$ | | |
| $x_1 = 7; \quad x_2 = 2$ | | |
| $\mathbb{L} = \{2; 7\}$ | | |

Lösung P4/2022

Lösungslogik

Normalgleichung von p:

Zur Bestimmung der Normalgleichung von p verwenden wir die Nullstellengleichung $y = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ mit den beiden gegebenen Nullstellen in der Grafik $N_1(1|0)$ und $N_2(7|0)$. Durch Ausmultiplizieren der Nullstellengleichung erhalten wir die Normalgleichung der Parabel.

Wertetabelle ausfüllen:

Über die soeben gewonnene Normalgleichung der Parabel berechnen wir die y -Werte zu den x -Werten der vorgegebenen Tabelle.

Koordinaten von zwei Schnittpunkten A und B:

Schnittpunkte bestimmen wir durch Gleichsetzung der Parabelgleichung mit der Geradengleichung und lösen diese dann nach den x -Werten auf.

Da Punkte jedoch stets zwei Koordinaten besitzen, berechnen wir die zugehörigen y -Werte durch Einsetzen der berechneten x -Werte in die Geradengleichung.

Klausuraufschrieb

Normalgleichung von p:

Nullstellengleichung einer Normalparabel: $y = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ mit den beiden gegebenen Nullstellen (Grafik) $N_1(1|0)$ und $N_2(7|0)$.

| | | |
|-----------------------------|--|-------------------|
| $y = (x - 1) \cdot (x - 7)$ | | ausmultiplizieren |
| $y = x^2 - 8x + 7$ | | |

Wertetabelle ausfüllen:

Die x -Werte der Tabelle in die Parabelgleichung eingesetzt führt zu:

| | | | | |
|-----|----|----|----|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 |
| y | 40 | 27 | 16 | 7 |

Koordinaten von zwei Schnittpunkten A und B:
 Schnittpunkte durch Gleichsetzung.

$p \cap g$:

$$\begin{array}{l|l} x^2 - 8x + 7 = -2x + 2 & +2x; -2 \\ x^2 - 6x + 5 = 0 & p/q\text{-Formel} \end{array}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9 - 5} = 3 \pm 2$$

$$x_1 = 5; \quad x_2 = 1$$

$$y_1 = -2x_1 + 2 = -2 \cdot 5 + 2 = -8$$

$$y_2 = -2x_2 + 2 = -2 \cdot 1 + 2 = 0$$

$$A(1|0); \quad B(5|-8)$$

Lösung P5/2022

Lösungslogik

Wir stellen die Ergebnisräume für zwei Lose als Nieten und zwei Lose mit Gewinn ein Fußball und ein Basketball auf.

Wir berechnen die Wahrscheinlichkeit der aufgestellten Ereignisse unter Berücksichtigung, dass es sich um Ziehen OHNR Zurücklegen handelt.

Klausuraufschrieb

Wahrscheinlichkeiten:

$$P(\text{Niete}) = \frac{80}{100}; \quad P(\text{Fußball}) = \frac{12}{100}; \quad P(\text{Basketball}) = \frac{8}{100}$$

Alle Wahrscheinlichkeiten nur für den ersten Zug.

Ergebnisraum zwei Nieten:

$$S = \{\text{Niete}; \text{Niete}\}$$

$$P(\text{Niete}; \text{Niete}) = \frac{80}{100} \cdot \frac{79}{99} = 0,6384 = 63,84 \%$$

Ergebnisraum ein Fußball und ein Basketball:

$$S = \{(\text{Fußball}, \text{Basketball}); (\text{Basketball}, \text{Fußball})\}$$

$$P(\text{Fußball}, \text{Basketball}); (\text{Basketball}, \text{Fußball}) = \frac{12}{100} \cdot \frac{8}{99} + \frac{8}{100} \cdot \frac{12}{99} = 0,0194 = 1,94 \%$$

Lösung P6/2022

- *Anstieg der Paketzustellungen von 2014 bis 2019:*

Dem Diagramm entnimmst du, dass die Anzahl im Jahr 2014 2,78 Mrd.

Pakete und im Jahr 2019 3,65 Mrd. Pakete betrug. Der Wert von 2014 ist der Grundwert, der von 2019 ist der Prozentwert. Gesucht ist der Prozentsatz.

$$p = \frac{P}{G} = \frac{3,65}{2,78} = 1,313 = 131,3 \%$$

In 2019 betrug die Anzahl Paketzustellungen 131,3 % der Zustellungen von 2014. Dies ist ein Anstieg um 31,3 %.

- *Anzahl der vom Dienstleister DHL in 2019 zugestellten Pakete:*

Die Anzahl der im Jahr 2019 zugestellten Pakete betrug 3,65 Mrd. Pakete.

Der Dienstleister DHL hat davon 57,0 % zugestellt.

Die 3,65 Mrd. Pakete sind der Grundwert. Gegeben ist der Prozentsatz mit 57,0 %. Gesucht ist somit der Prozentwert.

$$P = G \cdot \frac{p\%}{100} = 3,65 \cdot \frac{57,0}{100} = 2,0805$$

Der Dienstleister DHL hat in 2019 etwa 2,1 Mrd. Pakete zugestellt.

- Werte von 2020 und 2021 in das Diagramm eintragen:

Wir berechnen zunächst den Wert für 2020.

Die 3,65 Mrd. Pakete des Jahres 2019 sind der Grundwert. Die prozentuale Zunahme betrug 9,7 %. Dies entspricht einem Prozentsatz von 109,7 %.

Gesucht ist der Prozentwert als vermehrter Grundwert.

$$P = G \cdot \frac{p\%}{100} = 3,65 \cdot \frac{109,7}{100} = 4,0$$

Im Jahre 2020 wurden etwa 4 Milliarden Pakete zugestellt.

Wir berechnen jetzt den Wert für 2021. Der Wert von 2020 wird für die Berechnung zum neuen Grundwert, der Prozentsatz beträgt 100 % + 12,5 %.

Gesucht ist wiederum der Prozentwert als vermehrter Grundwert.

$$P = G \cdot \frac{p\%}{100} = 4,0 \cdot \frac{112,5}{100} = 4,5$$

Im Jahre 2021 wurden etwa 4,5 Milliarden Pakete zugestellt.

