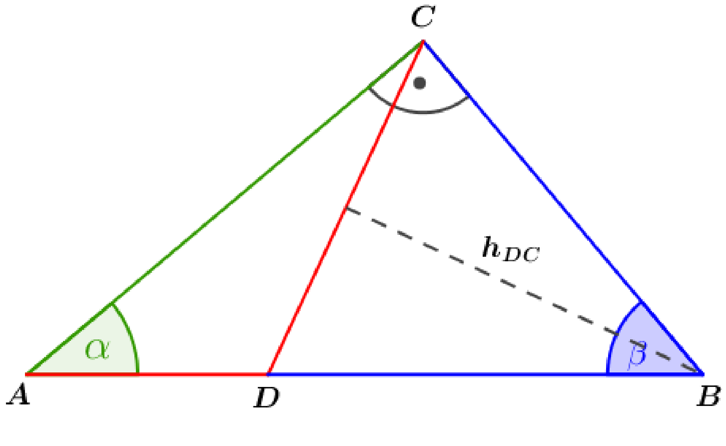
Lösung P1/2022

Lösungslogik

Berechnung von β über die Winkelsumme im Dreieck ABC.
Berechnung von $\overline{AB}$ im Dreieck ABC über $cos(\alpha)$.
Berechnung von $\overline{BC}$ im Dreieck ABC über $tan(\alpha)$.
Das Dreieck DBC ist gleichschenklig mit $\overline{BC} = \overline{BD}$.
Berechnung von $\frac{\overline{CD}}{2}$ über $sin(\frac{\beta}{2})$.
Berechnung von $\overline{AD}$ im Dreieck ADC über die Differenz aus $\overline{AB}$ und $\overline{BD}$.
Berechnung von u_{ACD} über die Summe aus $\overline{AD}$, $\overline{DC}$ und $\overline{AC}$.



Klausuraufschrieb

$u_{ACD} = \overline{AD} + \overline{CD} + \overline{AC}$

β: $\quad \beta = 90° - \alpha = 90° - 40° = 50°$

$\overline{AB}$: $\quad cos(\alpha) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

$\overline{AB} = \frac{\overline{AC}}{\cos(\alpha)} = \frac{9{,}5}{\cos(40°)} = 12{,}40$

$\overline{BC}$: $\quad tan(\alpha) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

$\overline{BC}$: $\quad \overline{AC} \cdot \tan(\alpha) = 9{,}5 \cdot \tan(40°) = 7{,}97$

$\overline{CD}$: $\quad sin\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{\frac{\overline{CD}}{2}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CD}}{2\overline{BC}}$

$\overline{CD} = 2 \cdot \overline{BC} \cdot sin\left(\frac{\beta}{2}\right) = 2 \cdot 7{,}97 \cdot \sin(25°) = 6{,}74$

$\overline{AD}$: $\quad \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = 12{,}40 - 7{,}97 = 4{,}43$

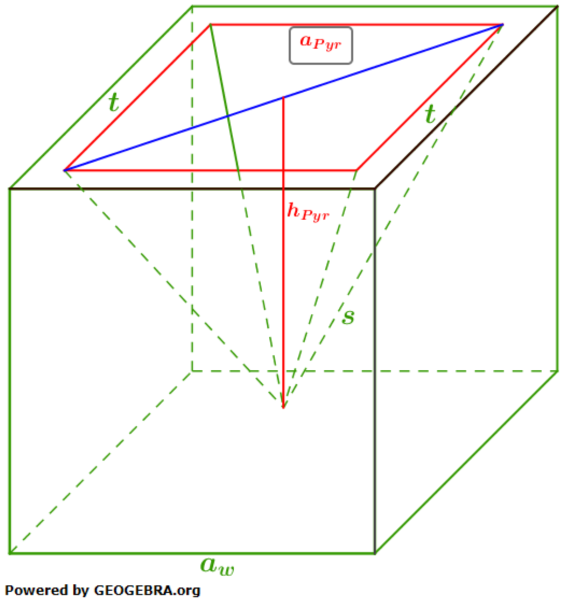
$u_{ACD} = 4{,}43 + 6{,}74 + 9{,}5 = 20{,}67$

Der Umfang des Dreiecks ADC beträgt $20{,}7\ cm$.

Lösung P2/2022

Lösungslogik

Wir bestimmen zunächst das Volumen einer Wachskugel über die Volumenformel einer Kugel.
Das Kugelvolumen multipliziert mit 1000 ergibt das Gesamtvolumen des zu verarbeitenden Wachses.
Nun bestimmen wir das Volumen der Pyramide in der Gussform über die Volumenformel einer quadratischen Pyramide mit $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G_{Pyr} \cdot h_{pyr}$.
Die Grundfläche der Pyramide ergibt sich aus a_{Pyr}^2, wobei $a_{pyr} = a_w - 2 \cdot t$ ist.
Die Höhe der Pyramide bestimmen wir mit dem Satz des Pythagoras mit als Hypotenuse, die halbe Diagonale der Grundfläche der Pyramide und der Höhe der Pyramide selbst.



Nun kann das Volumen errechnet werden. Das Gesamtvolumen des zu verarbeitenden Wachses dividiert durch das Volumen der Pyramide ergibt die Anzahl der herzustellenden Pyramiden.

Klausuraufschrieb

$n_{Pyr} = \frac{V_{Wachs}}{V_{Pyr}}$

V_{Wachs}: $V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1{,}5^3 = 14{,}14\ cm^3$

$V_{Wachs} = 1000 \cdot V_{Kugel} = 14140\ cm^3$

V_{Pyr}: $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot a_{Pyr}^2 \cdot h_{pyr}$

a_{Pyr}: $a_{Pyr} = a_w - 2 \cdot t = 10 - 2 = 8\ cm$

h_{Pyr}: $s^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + h_{Pyr}^2$ | Satz des Pythagoras

d: $d = a_{Pyr} \cdot \sqrt{2}$ | Länge der Diagonalen

$d = 8 \cdot \sqrt{2} = 11{,}3138$

$h_{Pyr} = \sqrt{s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{9^2 - \left(\frac{11{,}3138}{2}\right)^2} = 7$

$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 7 = \frac{443}{3}\ cm^3$

n_{Pyr}: $n_{Pyr} = \frac{14140}{\frac{443}{3}} = 95{,}75$

Es können 95 Pyramiden aus dem Wachs geformt werden .

Lösung P3/2022

$(x+2)(x-4)-x=2(x-3)^2-12$	|	ausmultiplizieren
$x^2-4x+2x-8-x=2x^2-12x+18-12$	|	Zusammenfassen
$x^2-3x-8=2x^2-12x+6$	|	$-2x^2;\ +12x;\ -6$
$-x^2+9x-14=0$	|	$\cdot(-1)$
$x^2-9x+14=0$	|	p/q-Formel

$x_{1,2}=4{,}5\pm\sqrt{20{,}25-14}=4{,}5\pm\sqrt{6{,}25}=4{,}5\pm 2{,}5$
$x_1=7;\quad x_2=2$
$\mathbb{L}=\{2;7\}$

Lösung P4/2022

<u>Lösungslogik</u>

Normalgleichung von p:
Zur Bestimmung der Normalgleichung von p verwenden wir die Nullstellengleichung $y=(x-x_1)\cdot(x-x_2)$ mit den beiden gegebenen Nullstellen in der Grafik $N_1(1|0)$ und $N_2(7|0)$. Durch Ausmultiplizieren der Nullstellengleichung erhalten wir die Normalgleichung der Parabel.

Wertetabelle ausfüllen:
Über die soeben gewonnene Normalengleichung der Parabel berechnen wir die y-Werte zu den y-Werten der vorgegebenen Tabelle.

Koordinaten von zwei Schnittpunkten A und B:
Schnittpunkte bestimmen wir durch Gleichsetzung der Parabelgleichung mit der Geradengleichung und lösen diese dann nach den x-Werten auf.
Da Punkte jedoch stets zwei Koordinaten besitzen, berechnen wir die zugehörigen y-Werte durch Einsetzen der berechneten x-Werte in die Geradengleichung.

<u>Klausuraufschrieb</u>

Normalgleichung von p:
Nullstellengleichung einer Normalparabel: $y=(x-x_1)\cdot(x-x_2)$ mit den beiden gegebenen Nullstellen (Grafik) $N_1(1|0)$ und $N_2(7|0)$.

$y=(x-1)\cdot(x-7)$	|	ausmultiplizieren
$y=x^2-8x+7$		

Wertetabelle ausfüllen:
Die x-Werte der Tabelle in die Parabelgleichung eingesetzt führt zu:

x	-3	-2	-1	0
y	40	27	16	7

Koordinaten von zwei Schnittpunkten A und B:
Schnittpunkte durch Gleichsetzung.
$p \cap g$:
$x^2 - 8x + 7 = -2x + 2 \qquad | \quad +2x; -2$
$x^2 - 6x + 5 = 0 \qquad | \quad p/q$-Formel
$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9-5} = 3 \pm 2$
$x_1 = 5; \quad x_2 = 1$
$y_1 = -2x_1 + 2 = -2 \cdot 5 + 2 = -8$
$y_2 = -2x_2 + 2 = -2 \cdot 1 + 2 = 0$
$A(1|0); \quad B(5|-8)$

Lösung P5/2022

Lösungslogik
Wir stellen die Ergebnisräume für zwei Lose als Nieten und zwei Lose mit Gewinn ein Fußball und ein Basketball auf.
Wir berechnen die Wahrscheinlichkeit der aufgestellten Ereignisse unter Berücksichtigung, dass es sich um Ziehen OHNR Zurücklegen handelt.

Klausuraufschrieb
Wahrscheinlichkeiten:
$P(Niete) = \frac{80}{100}; \quad P(Fußball) = \frac{12}{100}; \quad P(Basketball) = \frac{8}{100}$
Alle Wahrscheinlichkeiten nur für den ersten Zug.
Ergebnisraum zwei Nieten:
$S = \{Niete; Niete\}$
$$P(Niete; Niete) = \frac{80}{100} \cdot \frac{79}{99} = 0{,}6384 = 63{,}84\ \%$$
Ergebnisraum ein Fußball und ein Basketball:
$S = \{(Fußball, Basketball); (Basketball; Fußball)\}$
$$P(Fußball, Basketball); (Basketball; Fußball) = \frac{12}{100} \cdot \frac{8}{99} + \frac{8}{100} \cdot \frac{12}{99} = 0{,}0194 = 1{,}94\ \%$$

Lösung P6/2022

- *Anstieg der Paketzustellungen von 2014 bis 2019:*
  Dem Diagramm entnimmst du, dass die Anzahl im Jahr 2014 2,78 Mrd. Pakete und im Jahr 2019 3,65 Mrd. Pakete betrug. Der Wert von 2014 ist der Grundwert, der von 2019 ist der Prozenztwert. Gesucht ist der Prozentzsatz.
  $p = \frac{P}{G} = \frac{3{,}65}{2{,}78} = 1{,}313 = 131{,}3\ \%$
  In 2019 betrug die Anzahl Paketzustellungen 131,3 % der Zustellungen von 2014. Dies ist ein Anstieg um 31,3 %.
- *Anzahl der vom Dienstleister DHL in 2019 zugestellten Pakete*:
  Die Anzahl der im Jahr 2019 zugestellten Pakete betrug 3,65 Mrd. Pakete. Der Dienstleister DHL hat davon 57,0 % zugestellt.
  Die 3,65 Mrd. Pakete sind der Grundwert. Gegeben ist der Prozentsatz mit 57,0 %. Gesucht ist somit der Prozentwert.
  $P = G \cdot \frac{p\ \%}{100} = 3{,}65 \cdot \frac{57{,}0}{100} = 2{,}0805$
  Der Dienstleister DHL hat in 2019 etwa 2,1 Mrd. Pakete zugestellt.

- *Werte von* 2020 *und 2021 in das Diagramm eintragen:*
  Wir berechnen zunächst den Wert für 2020.
  Die $3{,}65$ Mrd. Pakete des Jahres 2019 sind der Grundwert. Die prozentuale Zunahme betrug $9{,}7\ \%$. Dies entspricht einem Prozentsatz von $109{,}7\ \%$.
  Gesucht ist der Prozentwert als vermehrter Grundwert.
  $P = G \cdot \frac{p\ \%}{100} = 3{,}65 \cdot \frac{109{,}7}{100} = 4{,}0$
  Im Jahre 2020 wurden etwa 4 Milliarden Pakete zugestellt.
  Wir berechnen jetzt den Wert für 2021. Der Wert von 2020 wird für die Berechnung zum neuen Grundwert, der Prozentsatz beträgt $100\ \% + 12{,}5\ \%$.
  Gesucht ist wiederum der Prozentwert als vermehrter Grundwert.
  $P = G \cdot \frac{p\ \%}{100} = 4{,}0 \cdot \frac{112{,}5}{100} = 4{,}5$
  Im Jahre 2021 wurden etwa $4{,}5$ Milliarden Pakete zugestellt.