



Aufgabe A2/1

Im Rechteck $ABCD$ gilt:

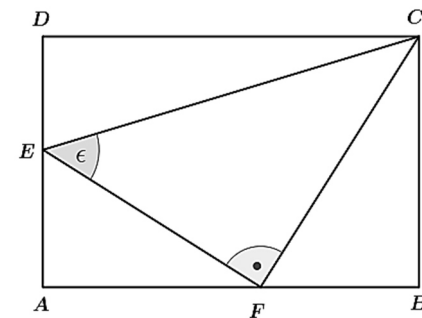
$$\overline{BC} = 4,6 \text{ cm}$$

$$\overline{CE} = 7,2 \text{ cm}$$

$$\epsilon = 49^\circ$$

Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks $ABCD$.

Lösung: $u_{ABCD} = 23 \text{ cm}$



Powered by GEOGEBRA.org

Aufgabe A2/2

Eine der Manteldreiecke der regelmäßigen fünfseitigen Pyramide ist grau gefärbt.

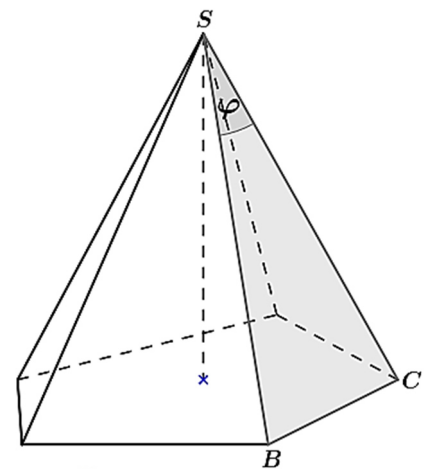
Es gilt:

$$\overline{BS} = 12,0 \text{ cm}$$

$$\varphi = 40,0^\circ$$

Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.

Lösung: $V_{pyr} = 377,1 \text{ cm}^3$



Powered by GEOGEBRA.org

Aufgabe A2/3

Gegeben sind drei Funktionsgleichung und drei Graphen:

(A) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

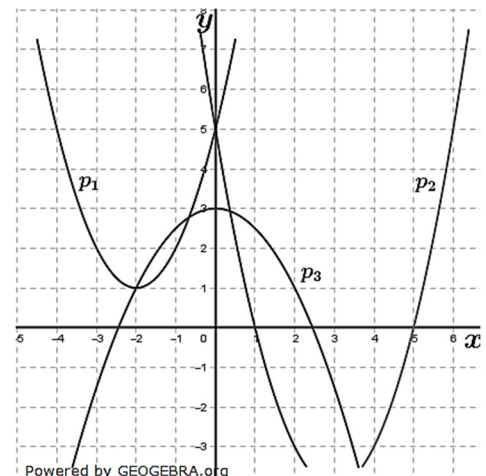
(B) $y = (x - 3)^2 + e$

(C) $y = x^2 + 4x + 5$

- Welcher Graph gehört zu welcher Funktionsgleichung? Begründen Sie Ihre Entscheidung.
- Bestimmen Sie den Wert für e mithilfe des Schaubildes.

Die Gerade g verläuft durch den Scheitelpunkt S_2 von p_2 und durch den Punkt $P(0|2)$.

- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g .



Powered by GEOGEBRA.org

Lösungen: (A)= p_3 (B)= p_2 (C)= p_1 ; $e = -4$; $g: y = -2x + 2$

Aufgabe A2/4

Melina und Paul besitzen Fußballsammelbilder. In Pauls Schuhkarton liegen 20 Sammelbilder von Nationalspielern. Die Tabelle zeigt deren Verteilung auf drei Nationalmannschaften.



Quelle: <https://reshape.sport1.de/c/t/d94a3a6e-bc49-4d12-983b-e24886aa2b69/968x546>

Nationalmannschaft	Frankreich	Deutschland	Portugal
Anzahl der Sammelbilder	9	6	5

Melina zieht zwei Sammelbilder gleichzeitig.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass auf den beiden gezogenen Bildern

- portugiesische Spieler abgebildet sind;
- höchstens ein deutscher Spieler abgebildet ist;
- kein französischer Spieler abgebildet ist.

$$\text{Lösung: } P(2 \text{ portugiesische Spieler}) = \frac{1}{19}$$

$$P(\text{höchstens 1 deutsche Spieler}) = \frac{35}{38}$$

$$P(\text{kein französischer Spieler}) = \frac{11}{38}$$

Aufgabe A2/5

Lösen Sie die Gleichung

$$(x - 3)(1 + x) - (x - 4)^2 = x(x - 3) - 1$$

$$\text{Lösung: } \mathbb{L} = \{3; 6\}$$

Aufgabe A2/6

Das nebenstehende Diagramm zeigt die Entwicklung der Nutzerzahlen der App „Perfect-Fit“.

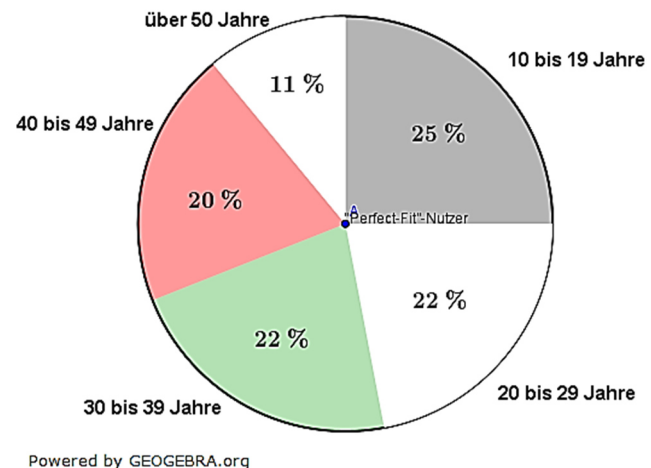
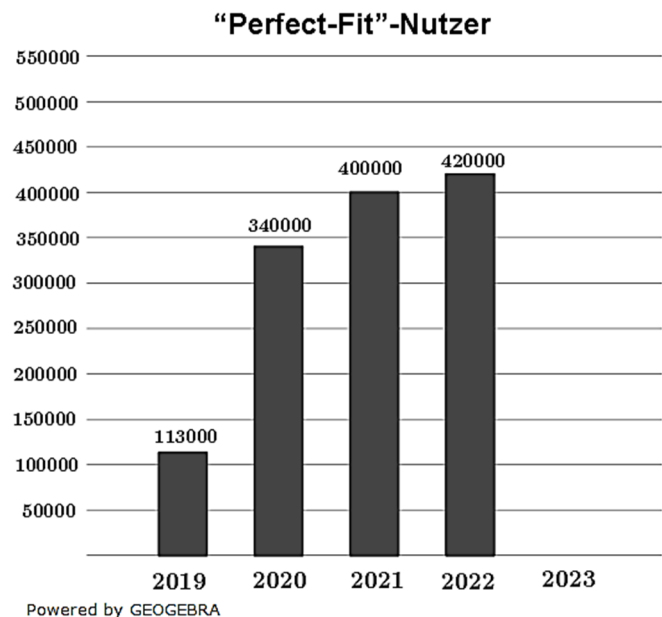
- Um wieviel Prozent ist die Anzahl der Nutzer von 2020 bis 2022 gestiegen?

Im Jahr 2023 stiegen die Nutzerzahlen um 19,1 % gegenüber dem Vorjahr an.

- Zeichnen Sie die Säule des Jahres 2023 in das Diagramm ein.

Von den 10- bis 19-jährigen Nutzern im Jahre 2022 sind 47 500 Mädchen.

- Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Mädchen an den 10- bis 19-jährigen Nutzern.



Lösung: Anstieg Nutzer von 2020 auf 2022: 23,5 %.
Prozentualer Anteil der Mädchen: 45,2 %.

Lösung A2/1

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{EF}$ im Dreieck CEF über $\cos(\epsilon)$.

Berechnung von $\overline{CF}$ im Dreieck ABC über den Satz des Pythagoras.

Berechnung von $\overline{FB}$ im Dreieck BCF über den Satz des Pythagoras.

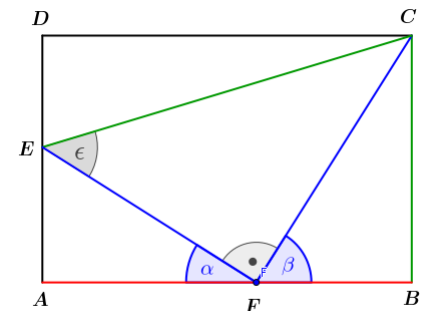
Berechnung von β im Dreieck BCF über $\tan(\beta)$.

Berechnung von α über Winkelsumme 180° aus β , 90° und α .

Berechnung von $\overline{AF}$ im Dreieck AFE über den $\cos(\alpha)$.

Berechnung der Strecke $\overline{AB}$ aus der Summe der Strecken $\overline{AF}$ und $\overline{FB}$.

Berechnung des Umfangs des Rechtecks $ABCD$ über $u_{ABCD} = 2 \cdot (\overline{BC} + \overline{AB})$



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

$$u_{ABCD} = 2 \cdot (\overline{AB} + \overline{BC})$$

$$\overline{EF}: \quad \cos(\epsilon) = \frac{\overline{EF}}{\overline{CE}} \quad | \quad \cdot \overline{CE}$$

$$\overline{EF} = \overline{CE} \cdot \cos(\epsilon) = 7,2 \cdot \cos(49^\circ) = 4,72 \text{ cm}$$

$$\overline{CF}: \quad \overline{CF} = \sqrt{\overline{CE}^2 - \overline{EF}^2}$$

$$\overline{CF} = \sqrt{7,2^2 - 4,72^2} = 5,44 \text{ cm} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{FB}: \quad \overline{FB} = \sqrt{\overline{CF}^2 - \overline{BC}^2}$$

$$\overline{FB} = \sqrt{5,44^2 - 4,6^2} = 2,90 \text{ cm} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\beta: \quad \tan(\beta) = \frac{\overline{BC}}{\overline{FB}} = \frac{4,6}{2,9}$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{4,6}{2,9} = 57,8^\circ$$

$$\alpha: \quad \alpha = 180^\circ - \beta - 90^\circ = 90^\circ - 57,8^\circ = 32,2^\circ$$

$$\overline{AF}: \quad \cos(\alpha) = \frac{\overline{AF}}{\overline{EF}} \quad | \quad \cdot \overline{EF}$$

$$\overline{AF} = \overline{EF} \cdot \cos(\alpha) = 4,72 \cdot \cos(32,2) = 3,99$$

$$\overline{AB}: \quad \overline{AB} = \overline{AF} + \overline{FB} = 3,99 + 2,9 = 6,89 \approx 6,9$$

$$u_{ABCD} = 2 \cdot (6,9 + 4,6) = 23 \text{ cm}$$

Das Rechteck hat einen Umfang von 23 cm.

Lösung A2/2

Lösungslogik

Das Volumen einer Pyramide errechnet sich aus $V = \frac{1}{3} G \cdot h_{\text{pyr}}$. Die Grundfläche dieser Pyramide ist ein gleichmäßiges Fünfeck. Die Fläche des Fünfecks setzt sich aus 5 gleichschenkligen Dreiecken zusammen.

Wir bestimmen zunächst die Länge der Strecke $\overline{BD}$ über den $\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$.

Die Strecke $\overline{BC} = 2 \cdot \overline{BD}$.

Der Öffnungswinkel γ des Teildreiecks der Grundfläche ergibt sich aus

$$\gamma = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ.$$

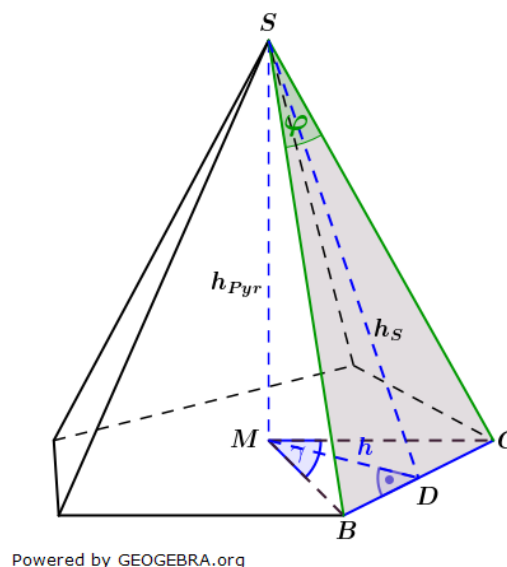
Wir berechnen nun h des Teildrecks über den $\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)$.

Wir berechnen die Fläche des Dreiecks A_{BCM} und daraus die Grundfläche A_{BCM} : über $5 \cdot A_{BCM}$.

Wir berechnen die Höhe h_s einer Seitenfläche über den Satz des Pythagoras.

Wir berechnen h_{pyr} über den Satz des Pythagoras.

Wir berechnen das Volumen der Pyramide aus den bislang ermittelten Werten.



Klausuraufschrieb

$$V_{\text{pyr}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_{\text{pyr}}$$

$$G = 5 \cdot A_{BMC} = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{DM}$$

$$\overline{BD}: \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{\overline{BD}}{\overline{BS}} \quad | \quad \cdot \overline{BS}$$

$$\overline{BD} = \overline{BS} \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 12 \cdot \sin(20^\circ) = 4,104$$

$$\overline{BC}: \overline{BC} = 2 \cdot \overline{BD} = 2 \cdot 4,104 = 8,208 \text{ cm}$$

$$\gamma: \gamma = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$$h: \quad \tan\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\overline{BD}}{h}$$

$$h = \frac{\overline{BD}}{\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)} = \frac{4,104}{\tan(36^\circ)} = 5,6487 \text{ cm}$$

$$A_{BCM}: \quad A_{BCM} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 8,208 \cdot 5,6487 = 23,18 \text{ cm}^2$$

$$G: \quad G = 5 \cdot A_{BCM} = 5 \cdot 23,18 = 115,91 \text{ cm}^2$$

$$h_S: \quad \overline{BS}^2 = \overline{BD}^2 + h_S^2 \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$h_S = \sqrt{\overline{BS}^2 - \overline{BD}^2} = \sqrt{12^2 - 4,1^2} = 11,278 \text{ cm}$$

$$h_{Pyr}: \quad h_S^2 = h^2 + h_{Pyr}^2 \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$h_{Pyr} = \sqrt{h_S^2 - h^2} = \sqrt{11,278^2 - 5,6487^2} = 9,76 \text{ cm}$$

$$V_{Pyr}: \quad V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 115,91 \cdot 9,76 = 377,09 \text{ cm}^3$$

Das Volumen der Pyramide beträgt etwa $377,1 \text{ cm}^3$

Lösung A2/3

Lösungslogik

Zuordnung von Graphen:

Siehe Klausuraufschrieb.

Funktionsgleichung von g:

Über die allgemeine Geradengleichung $y = mx + c$ errechnen wir m über die beiden Punkte S_2 und $P(0|2)$, wobei auch wegen P als Schnittpunkt mit der y -Achse der Wert von c festliegt.

Klausuraufschrieb

Zuordnung von Graphen:

(A) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ ist eine nach unten geöffnete Parabel mit ihrem Scheitelpunkt $S(0|2)$. Dies trifft nur auf Graph p_3 zu.

(B) $y = (x - 3)^2 + e$ ist eine nach oben geöffnete Normalparabel mit der x -Koordinate des Scheitels bei $x_S = 3$. Dies trifft nur auf Graph p_2 zu.

(C) $y = x^2 + 4x + 5$ ist eine nach oben geöffnete Normalparabel mit dem Schnittpunkt mit der y -Achse $S_y(0|5)$. Dies trifft nur auf Graph p_1 zu.

Zur Bestimmung von e :

(B) $y = (x - 3)^2 + e$ ist die Scheitelpunktgleichung einer Parabel, die durch den Punkt $N_1(1|0)$ verläuft.

Punktprobe mit $N_1(1|0)$ führt zu:

$$0 = (1 - 3)^2 + e$$

$$0 = 4 + e \quad | \quad -4$$

$$e = -4$$

Funktionsgleichung von g :

$$g: y = mx + c$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 2}{3 - 0} = \frac{-6}{3} = -2$$

$$y = -2x + c$$

Wegen $P(0|2)$ ist der y -Achsenabschnitt $c = 2$.

$$g: y = -2x + 2$$

Lösung A2/4

Aufgabe zur Wahrscheinlichkeitsrechnung

Wir bestimmen den Anteil der jeweiligen Anzahl von Nationalspielerkärtchen an der Gesamtzahl der Kärtchen.

Sei F=Frankreich, D=Deutschland und P=Portugal.

$$P(F) = \frac{9}{20}; \quad P(D) = \frac{6}{20}; \quad P(P) = \frac{5}{20}$$

Diese Wahrscheinlichkeiten gelten nur für den ersten Zug.

Gleichzeitiges Ziehen von 2 Bildern ist zu behandeln wie Ziehen von 2 Bildern hintereinander, also „ohne Zurücklegen“.

Damit gilt:

$$P(PF) = \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} = \frac{20}{380} = \frac{1}{19}$$

Höchstens 1 deutscher Spieler bedeutet kein oder 1 deutscher Spieler. Das Gegenereignis ist 2 deutsche Spieler.

$$P(\text{höchstens 1 D}) = 1 - P(DD) = 1 - \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} = \frac{35}{38}$$

Für kein „französischer Spieler“ fassen wir die Deutschen und Portugiesen zu „Nicht Frankreich“ zusammen zu $P(\overline{F}) = \frac{11}{20}$.

$$P(\overline{FF}) = \frac{11}{20} \cdot \frac{10}{19} = \frac{11}{38}$$

Lösung A2/5

$(x - 3)(1 + x) - (x - 4)^2 = x(x - 3) - 1$	Ausmultiplizieren
$x + x^2 - 3 - 3x - (x^2 - 8x + 16) = x^2 - 3x - 1$	Klammer auflösen
$x + x^2 - 3 - 3x - x^2 + 8x - 16 = x^2 - 3x - 1$	Zusammenfassen
$6x - 19 = x^2 - 3x - 1$	-6x
$-19 = x^2 - 9x - 1$	+19
$x^2 - 9x + 18 = 0$	dies ist eine quadratische Gleichung
$x_{1,2} = 4,5 \pm \sqrt{20,25 - 18}$	p/q-Formel
$x_{1,2} = 4,5 \pm \sqrt{2,25}$	
$x_{1,2} = 4,5 \pm 1,5$	
$x_1 = 6; x_2 = 3$	
$\mathbb{L} = \{3; 6\}$	

Lösung A2/6

Aufgabe zur Prozentrechnung:

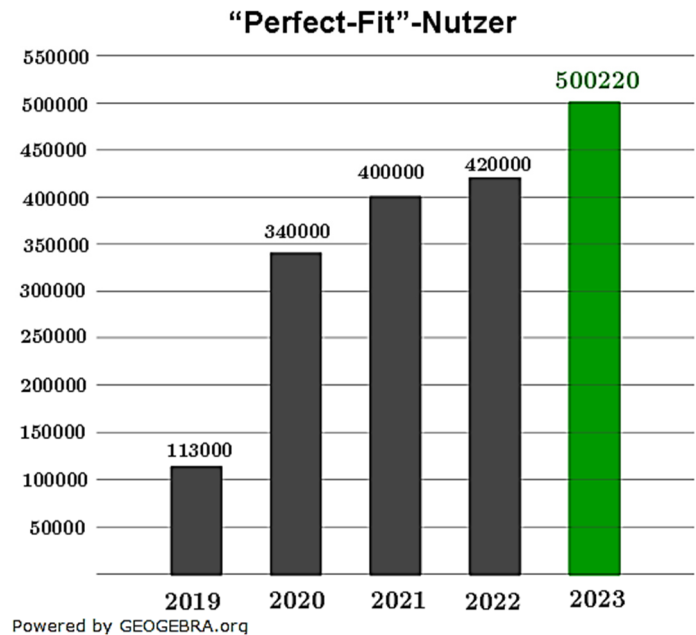
- *Prozentualer Anstieg der Nutzer von 2020 bis 2022:*
 Dem Diagramm entnehmen wir, dass die Anzahl Nutzer im Jahr 2020 340000 ausmachten und im Jahr 2022 420000 betrugen. Der Wert von 2020 ist der Grundwert, der von 2022 ist der Prozentwert. Gesucht ist der Prozentsatz.

$$p = \frac{P}{G} = \frac{420000}{340000} = 1,235 = 123,5 \%$$
In 2022 betrug die Anzahl der Nutzer 123,5 % der Anzahl von 2020. Dies ist ein Anstieg um 23,5 %.
- *Anzahl Nutzer in 2023:*
 Der Anstieg gegenüber 2022 betrug laut Aufgabe 19,1 % Der Grundwert ist nun die Anzahl Nutzer des Jahres 2022, der Prozentsatz beträgt 19,1 %. Es ist eine Aufgabe des Prozentwertes als erhöhter Grundwert. Es muss deshalb mit 119,1 % = 1,191 gerechnet werden. Gesucht ist der Prozentwert – Anzahl Nutzer in 2023.

$$P = G \cdot p = 420000 \cdot 1,191 = 500220$$
Im Diagramm sind für 2023 500220 Nutzer einzutragen.

- *Prozentualer Anteil der Mädchen an den 10- bis 19-Jährigen Nutzern.*
Dem Kreis-Diagramm entnehmen wir, dass die 10- bis 19-Jährigen Nutzer 25 % aller Nutzer des Jahres 2022 ausmachen.

Aller Nutzer des Jahres 2022 sind der Grundwert, die 25 % der Prozentsatz, gesucht ist der Prozentwert, die Gesamtanzahl der 10- bis 19-Jährigen Nutzer.



$$P = G \cdot p = 420000 \cdot 0,25 = 105000$$

Von diesen 105000 Nutzern sind laut Aufgabenstellung 47500 Mädchen. Der Grundwert sind die 105000 10- bis 19-Jährigen, der Prozentwert sind die 47500 Mädchen, gesucht ist der Prozentsatz.

$$p = \frac{P}{G} = \frac{47500}{105000} = 0,4524 \approx 45,2 \%$$