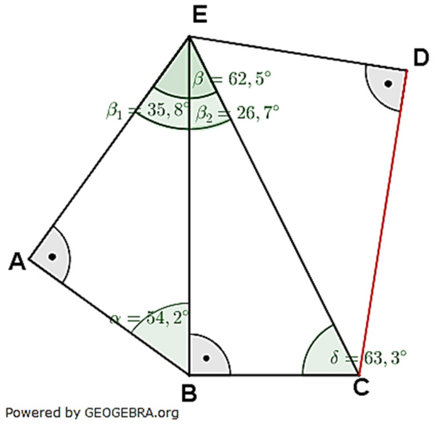
Hinweis zu den Lösungen
In den Graphiken stellen **grüne** Linien, Werte und Flächen vorgegebene Werte, **rote** Linien, Werte und Flächen gesuchte Werte und **blaue** Linien, Werte und Flächen zu ermittelnde Zwischenwerte zur Erreichung der Endergebnisse dar.

Lösung A1

Detaillierte Lösung:
Lösungsschritte:

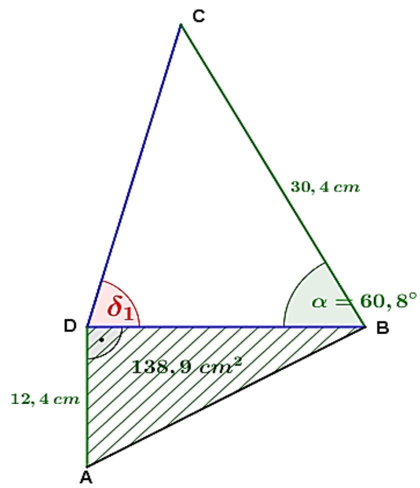


1. Markiere zunächst alle gegebenen Werte in der Zeichnung mit grüner Farbe. Gib den Winkeln Namen.
2. Markiere die gesuchten Werte mit roter Farbe.
3. Bestimme soweit wie möglich alle sich ergebenden anderen Winkel und gib ihnen Namen. In dieser Aufgabe:
   $\beta_1 = 90° - \alpha = 90° - 54{,}2° = 35{,}8°$
   $\beta_2 = \beta - \beta_1 = 62{,}5° - 35{,}8° = 26{,}7°$
   $\gamma = 90° - \beta_2 = 90° - 26{,}7° = 63{,}3°$
4. Überlege jetzt, auf welchen Wegen du an die gesuchte Strecke herankommst. Bei dieser Aufgabe musst du zunächst die Strecke $\overline{BE}$ und dann die Strecke $\overline{EC}$ bestimmen, damit du mit dem Satz des Pythagoras an die gesuchte Strecke $\overline{CD}$ herankommst.
5. Berechnung von $\overline{BE}$:
   $sin\alpha = \frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}$
   $sin54{,}2° = \frac{6{,}1}{\overline{BE}}$ | $\cdot \overline{BE}$
   $\overline{BE} \cdot sin54{,}2° = 6{,}1$ | $: sin54{,}2°$
   $\overline{BE} = \frac{6{,}1}{sin54{,}2°} = 7{,}521$
6. Berechnung von $\overline{EC}$:
   $sin\gamma = \frac{\overline{BE}}{\overline{EC}}$
   $sin63{,}3° = \frac{7{,}521}{\overline{EC}}$ | $\cdot \overline{EC}$
   $\overline{EC} \cdot sin63{,}3° = 7{,}521$ | $: sin63{,}3°$
   $\overline{EC} = \frac{7{,}521}{sin63{,}3°} = 8{,}419$
7. Berechnung von $\overline{CD}$ mit dem Satz des Pythagoras:
   $\overline{EC}^2 = \overline{ED}^2 + \overline{CD}^2$
   $\overline{CD}^2 = \overline{EC}^2 - \overline{ED}^2$ | Satz des Pythagoras
   $\overline{CD}^2 = 8{,}419^2 - 4{,}9^2 = 46{,}87$ | $\sqrt{}$
   $\overline{CD} = 6{,}85$
   Die Strecke $\overline{CD}$ ist $6{,}85\ cm$ lang.

Lösung A2

<u>Lösungslogik</u> (einfach)

Berechnung der Strecke $\overline{DB}$ als Höhe des Dreiecks ABD mit gegebener Fläche A_{ABD} und der Grundseite $\overline{DA}$.
Berechnung der Strecke $\overline{DC}$ über den Kosinussatz.
Berechnung der Winkels δ_1 über den Sinussatz.



Klausuraufschrieb

$\overline{DB}$: $A_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{DA} \cdot \overline{DB} \quad | \quad \cdot 2$

$2A_{ABD} = \overline{DA} \cdot \overline{DB} \quad | \quad : \overline{DA}$

$\overline{DB} = \frac{2A_{ABD}}{\overline{DA}}$

$\overline{DB} = \frac{2 \cdot 138{,}9}{12{,}4} = 22{,}4\ cm$

$\overline{DC}$: $\overline{DC}^2 = \overline{DB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{DB} \cdot \overline{BC} \cdot cos\alpha \quad | \quad$ Kosinussatz

$\overline{DC}^2 = 22{,}4^2 + 30{,}4^2 - 2 \cdot 22{,}4 \cdot 30{,}4 \cdot cos60{,}8°$

$\overline{DC}^2 = 761{,}50 \quad | \quad \sqrt{\ }$

$\overline{DC} = 27{,}6$

δ_1: $\frac{sin\delta_1}{\overline{BC}} = \frac{sin\alpha}{\overline{DC}} \quad | \quad$ Sinussatz

$sin\delta_1 = \frac{sin\alpha}{\overline{DC}} \cdot \overline{BC} \quad | \quad \cdot \overline{BC}$

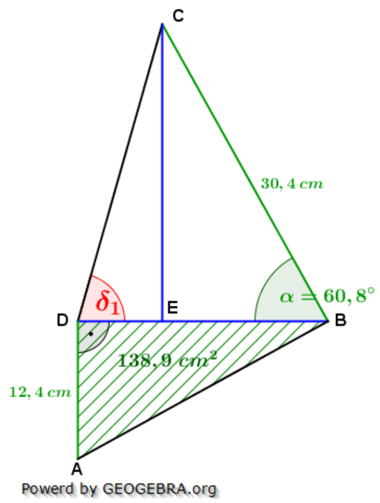
$sin\delta_1 = \frac{sin60{,}8°}{27{,}6} \cdot 30{,}4 = 0{,}9615$

$\delta_1 = sin^{-1}(0{,}9615) = 74{,}05°$

Der Winkel δ_1 beträgt etwa 74°.

<u>Lösungslogik</u> (umständlich)

Berechnung der Strecke $\overline{DB}$ als Höhe des Dreiecks ABD mit gegebener Fläche A_{ABD} und der Grundseite $\overline{DA}$.
Berechnung der Höhe $\overline{CE}$ im Dreieck über den $sin\alpha$.
Berechnung der Strecke $\overline{BE}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Strecke $\overline{DE}$ als Differenz von $\overline{DB}$ und $\overline{BE}$.
Berechnung von δ_1 über den tan.



Klausuraufschrieb

$\overline{DB}$: $A_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{DA} \cdot \overline{DB} \quad | \quad \cdot 2$

$2A_{ABD} = \overline{DA} \cdot \overline{DB} \quad | \quad : \overline{DA}$

$\overline{DB} = \frac{2A_{ABD}}{\overline{DA}}$

$\overline{DB} = \frac{2 \cdot 138{,}9}{12{,}4} = 22{,}4\ cm$

$\overline{CE}$: $sin\alpha = \frac{\overline{CE}}{\overline{BC}} \quad | \quad \cdot \overline{BC}$

$\overline{CE} = \overline{BC} \cdot sin\alpha = 30{,}4 \cdot sin60{,}8° = 26{,}5368$

$\overline{BE}$: $\quad \overline{BC}^2 = \overline{CE}^2 + \overline{BE}^2$

$\overline{BE}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{CE}^2 \qquad |\quad$ Satz des Pythagoras

$\overline{BE}^2 = 30{,}4^2 - 26{,}5368^2 = 219{,}9582$

$\overline{BE} = \sqrt{219{,}9582} = 14{,}831$

$\overline{DE}$: $\quad \overline{DE} = \overline{DB} - \overline{BE} = 22{,}4 - 14{,}831 = 7{,}569$

δ_1: $\quad tan\delta_1 = \frac{\overline{CE}}{\overline{DE}} = \frac{26{,}5368}{7{,}569} = 3{,}506$

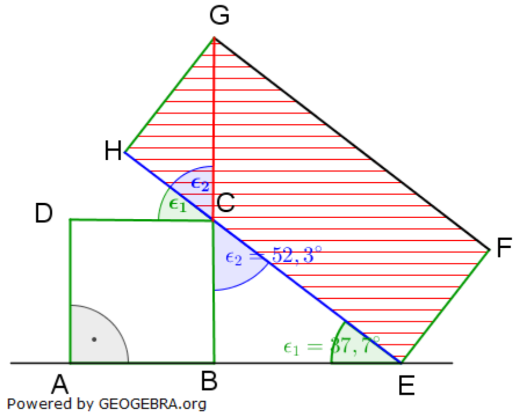
$\delta_1 = \tan^{-1}(3{,}506) = 74{,}08°$

Der Winkel δ_1 beträgt etwa 74°.

Lösung A3

<u>Lösungslogik</u>

Berechnung von ϵ_2.
Berechnung von $\overline{CG}$.
Berechnung Abstand $\overline{BG}$.
Berechnung von $\overline{HC}$.
Berechnung von $\overline{CE}$.
Berechnung von A_{EFGH}.
Berechnung von A_{CEFG}.
Berechnung von $A_{CEFG}:A_{EFGH}$.



<u>Klausuraufschrieb</u>

ϵ_2: $\quad \epsilon_2 = 90° - \epsilon_1 = 90° - 37{,}7°$

$\epsilon_2 = 52{,}3°$

$\overline{CG}$: $\quad sin\epsilon_2 = \frac{\overline{HG}}{\overline{CG}} \qquad | \quad \cdot \overline{CG}$

$\overline{CG} \cdot sin\epsilon_2 = \overline{HG} \qquad | \quad : sin\epsilon_2$

$\overline{CG} = \frac{\overline{HG}}{sin\epsilon_2} = \frac{4{,}9}{sin52{,}3°} = 6{,}19$

$\overline{BG}$: $\quad \overline{BG} = \overline{CG} + \overline{BC} = 6{,}19 + 4{,}9 = 11{,}09$

Der Abstand des Punktes G von $\overline{AE}$ beträgt etwa $11{,}1\ cm$.

$\overline{HC}$: $\quad \overline{HC}^2 = \overline{CG}^2 - \overline{GH}^2 = 6{,}19^2 - 4{,}9^2 = 14{,}31$

$HC = \sqrt{14{,}31} = 3{,}78\ cm$

$\overline{CE}$: $\quad sin\epsilon_1 = \frac{\overline{BC}}{\overline{CE}} \qquad | \quad \cdot \overline{CE}$

$\overline{CE} \cdot sin\epsilon_1 = \overline{BC} \qquad | \quad : sin\epsilon_1$

$\overline{CE} = \frac{\overline{BC}}{sin\epsilon_1} = \frac{4{,}9}{sin37{,}7°} = 8{,}01$

A_{EFGH}: $\quad A_{EFGH} = \overline{HG} \cdot \left(\overline{HC} + \overline{CE}\right) = 4{,}9 \cdot (3{,}78 + 8{,}01) = 57{,}77\ cm^2$

A_{CEFG}: $\quad A_{CEFG} = \frac{1}{2} \cdot \left(\overline{GF} + \overline{CE}\right) \cdot \overline{HG} = \frac{1}{2} \cdot (3{,}78 + 8{,}01 + 8{,}01) \cdot 4{,}9$

$A_{CEFG} = 48{,}51\ cm^2$

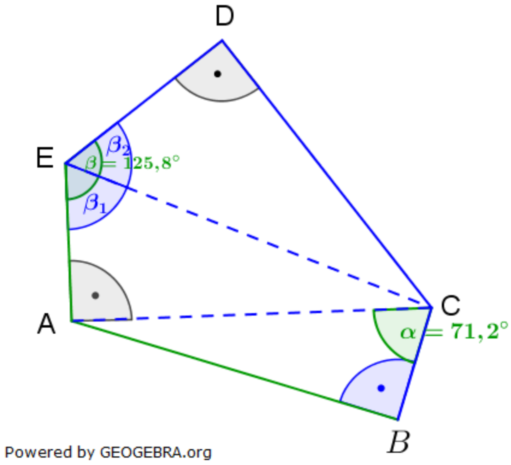
$\frac{A_{CEFG}}{A_{EFGH}}$: $\quad \frac{A_{CEFG}}{A_{EFGH}} = \frac{48{,}51}{57{,}77} = 0{,}8397 \approx 84\ \%$

Das Trapez $CEFG$ hat etwa $84\ \%$ des Flächeninhalts des Rechtecks $EFGH$.

Lösung A4

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{BC}$.
Berechnung von $\overline{AC}$.
Berechnung von β_1.
Berechnung von β_2.
Berechnung von $\overline{EC}$.
Berechnung von $\overline{ED}$.
Berechnung von $\overline{DC}$.
Berechnung von U_{ABCDE}.



Klausuraufschrieb

$\overline{BC}$: $\quad tan\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \quad | \quad \cdot \overline{BC}$

$\overline{BC} \cdot tan\alpha = \overline{AB} \quad | \quad : tan\alpha$

$\overline{BC} = \frac{\overline{AB}}{tan\alpha} = \frac{11,6}{tan71,2°} = 3,95\ cm$

$\overline{AC}$: $\quad \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \quad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{AC}^2 = 11,6^2 + 3,95^2 = 150,16$

$\overline{AC} = \sqrt{150,16} = 12,25$

β_1: $\quad tan\beta_1 = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{12,25}{5,4} = 2,2685$

$\beta_1 = tan^{-1}(2,2685) = 66,21°$

β_2: $\quad \beta_2 = \beta - \beta_1 = 125,8° - 66,21° \approx 59,6°$

$\overline{EC}$: $\quad \overline{EC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AE}^2 = 12,25^2 + 5,4^2 \quad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{EC} = \sqrt{179,2225} = 13,39\ cm$

$\overline{ED}$: $\quad cos\beta_2 = \frac{\overline{ED}}{\overline{EC}} \quad | \quad \cdot \overline{EC}$

$\overline{ED} = \overline{EC} \cdot cos\beta_2 = 13,39 \cdot cos59,6° = 6,78\ cm$

$\overline{DC}$: $\quad \overline{DC}^2 = \overline{EC}^2 - \overline{ED}^2 = 13,39^2 - 6,78^2 \quad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{DC} = \sqrt{133,3237} = 11,55\ cm$

u_{ABCDE}: $\quad u_{ABCDE} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{AE}$

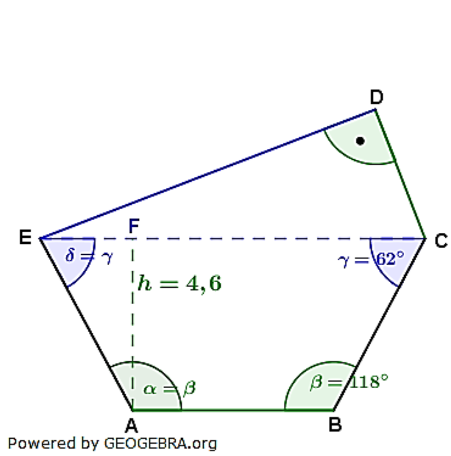
$u_{ABCDE} = 11,6 + 3,95 + 11,55 + 6,78 + 5,4 = 39,28$

Der Umfang des Fünfecks $ABCDE$ beträgt etwa $39,3\ cm$.

Lösung A5

Lösungslogik

Das Viereck $ABCE$ ist ein gleichschenkliges Trapez mit einem Basiswinkel $\beta = 118°$. Somit gilt: $\gamma = \frac{360°-2\cdot118°}{2}$ und $\delta = \gamma$.
Berechnung von $\overline{EF}$ über den $tan\delta$.
Berechnung von $\overline{EC}$.
Berechnung von $\overline{ED}$ mit dem Satz des Pythagoras.
Berechnung der Fläche des Dreiecks ECB.
Berechnung der Fläche des Trapezes $ABCE$.
Berechnung der Fläche des Fünfecks $ABCDE$ als Summe aus Fläche Dreieck und Fläche Trapez.



Klausuraufschrieb

γ: $\gamma = \frac{360°-2\cdot118°}{2} = 62°$

$\delta = \gamma = 62°$.

$\overline{EF}$: $tan\delta = \frac{h}{\overline{EF}}$ | $\cdot\overline{EF};\ :tan\delta$

$\overline{EF} = \frac{h}{tan\delta} = \frac{4,6}{tan62°} = 2,45$

$\overline{EC}$: $\overline{EC} = \overline{AB} + 2\cdot\overline{EF} = 5,4 + 2\cdot2,45 = 10,3$

$\overline{ED}$: $\overline{ED} = \sqrt{\overline{EC}^2 - \overline{DC}^2} = \sqrt{10,3^2 - 3,7^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{ED} = \sqrt{92,4} = 9,61$

A_{ECB}: $A_{ECB} = \frac{1}{2}\cdot\overline{CD}\cdot\overline{ED} = \frac{1}{2}\cdot3,7\cdot9,61 = 17,78\ cm^2$

A_{ABCE}: $A_{ABCE} = \frac{1}{2}\cdot\left(\overline{AB}+\overline{EC}\right)\cdot h = \frac{1}{2}\cdot(5,4+10,3)\cdot4,6 = 36,11\ cm^2$

A_{ABCDE}: $A_{ABCDE} = A_{ECB} + A_{ABCE} = 17,78 + 36,11 = 53,89\ cm^2$

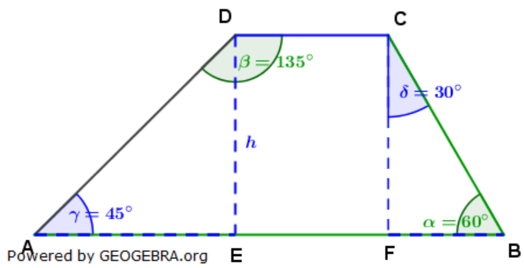
Das Fünfeck $ABCDE$ hat einen Flächeninhalt von etwa $53,9\ cm^2$.

Lösung A6

Lösungslogik

Die Fläche des Trapezes $ABCD$ bestimmt sich aus

$$A_{ABCD} = \frac{\overline{AB}+\overline{DC}}{2}\cdot h.$$



Berechnung der Winkel γ und δ.

Berechnung von h über $sin\alpha$.

Berechnung von $\overline{FB}$ mit dem Satz des Pythagoras.

Das Dreieck AED ist gleichschenklig, also ist $\overline{AE} = h$.

Berechnung $\overline{DC}$ aus $\overline{AB} - \overline{AE} - \overline{FB}$.

Berechnung der Fläche des Trapezes $ABCD$.

Klausuraufschrieb

γ: $\gamma = \beta - 90° = 45°$

δ: $\delta = 90° - \alpha = 30°$

h: $sin\alpha = \frac{h}{\overline{BC}}$ | $\cdot\overline{BC}$

$h = \overline{BC}\cdot sin\alpha = 2e\cdot sin60° = 2e\cdot\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3} = e\sqrt{3}$

$\overline{FB}$: $\overline{FB} = \sqrt{\overline{BC}^2 - h^2} = \sqrt{(2e)^2 - \left(e\sqrt{3}\right)^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{FB} = \sqrt{4e^2 - 3e^2} = \sqrt{e^2} = e$

$\overline{AE}$: $\overline{AE} = h = e\sqrt{3}$

$\overline{DC}$: $\overline{DC} = \overline{AB} - \overline{AE} - \overline{FB} = e\left(4+\sqrt{3}\right) - e\sqrt{3} - e = 4e + e\sqrt{3} - e\sqrt{3} - e = 3e$

A_{ABCD}: $A_{ABCD} = \frac{e\left(4+\sqrt{3}\right)+3e}{2}\cdot e\sqrt{3} = \frac{4e+e\sqrt{3}+3e}{2}\cdot e\sqrt{3}$

$= \frac{\left(7e+e\sqrt{3}\right)\cdot e\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\left(7e^2\sqrt{3} + 3e^2\right) = \frac{e^2}{2}\left(7\sqrt{3}+3\right)$

$A_{ABCD} = \frac{e^2}{2}\cdot\left(7\sqrt{3}+3\right)$ **q.e.d.**