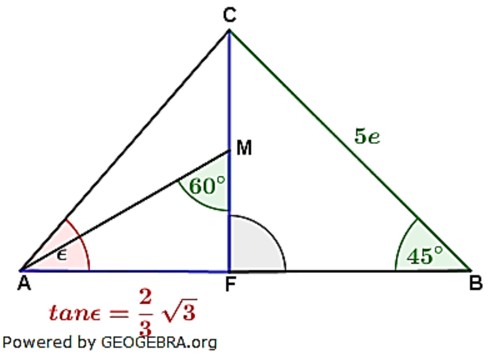
Realschulabschluss Trigonometrie (*Wahlteil nur e-Aufgaben*) *von 2003-2009*

Hinweis zum Lösungsteil:
In den Graphiken stellen **grüne** Linien, Werte und Flächen vorgegebene Werte, **rote** Linien, Werte und Flächen gesuchte Werte und **blaue** Linien, Werte und Flächen zu ermittelnde Zwischenwerte zur Erreichung der Endergebnisse dar.

Lösung W4b/2003



Lösungslogik

Definition $tan\epsilon = \frac{\overline{CF}}{\overline{AF}}$.
Berechnung von $\overline{CF}$ über den $sin45°$.
Bestimmung von $\overline{FM}$.
Berechnung von $\overline{AF}$ über den $tan60°$.
Einsetzen von $\overline{CF}$ und $\overline{AF}$ in die Definitionsgleichung und Vereinfachen.

Klausuraufschrieb

$tan\epsilon = \frac{\overline{CF}}{\overline{AF}}$

$\overline{CF}$: $\quad sin45° = \frac{\overline{CF}}{\overline{BC}} \qquad | \cdot \overline{BC}$

$\overline{CF} = \overline{BC} \cdot sin45° = 5e \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = 2{,}5e\sqrt{2}$

$\overline{FM}$: $\quad \overline{FM} = 0{,}5 \cdot \overline{CF} = 0{,}5 \cdot 2{,}5e\sqrt{2} = 1{,}25e\sqrt{2}$

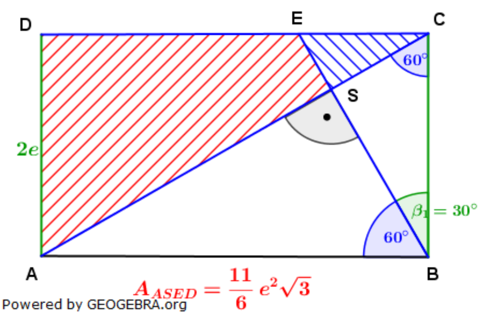
$\overline{AF}$: $\quad tan60° = \frac{\overline{AF}}{\overline{FM}} \qquad | \cdot \overline{FM}$

$\overline{AF} = \overline{FM} \cdot tan60° = 1{,}25e\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$

$tan\epsilon = \frac{2{,}5e\sqrt{2}}{1{,}25e\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \qquad | \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ (Nenner rational machen)

$tan\epsilon = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ **q.e.d.**

Lösung W3b/2004



Lösungslogik

Die Fläche des Vierecks A_{ASED} errechnet sich aus der Fläche des Dreiecks A_{ACD} abzüglich der Fläche des Dreiecks A_{ESC}.
Berechnung von $\overline{DC}$ über den $tan30°$.
Bestimmung von $\overline{SC}$ über den $sin30°$.
Berechnung von $\overline{SE}$ über den $tan30°$.
Berechnung von A_{ACD} über die Flächenformel des Dreiecks.
Berechnung von A_{ESC} über die Flächenformel des Dreiecks.
Berechnung von A_{ASED} und Vereinfachen.

Klausuraufschrieb

$A_{ASED} = A_{ACD} - A_{ESC}$

$\overline{DC}$: $\quad tan30° = \frac{\overline{AD}}{\overline{DC}} \qquad | \cdot \overline{DC};\ : tan30°$

$\overline{DC} = \frac{\overline{AD}}{tan30°} = \frac{2e}{\frac{1}{3}\sqrt{3}} = \frac{6e}{\sqrt{3}}$

$\overline{SC}$: $\quad sin30° = \frac{\overline{SC}}{\overline{BC}} \quad | \quad \cdot \overline{BC}$

$\overline{SC} = \overline{BC} \cdot sin30° = 2e \cdot 0{,}5 = e$

$\overline{SE}$: $\quad tan30° = \frac{\overline{SE}}{\overline{SC}} \quad | \quad \cdot \overline{SC}$

$\overline{SE} = \overline{SC} \cdot tan30° = e \cdot \frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{e\sqrt{3}}{3}$

A_{ACD}: $\quad A_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{DC} = \frac{1}{2} \cdot 2e \cdot \frac{6e}{\sqrt{3}} = \frac{6e^2}{\sqrt{3}}$

A_{ESC}: $\quad A_{ESC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{SC} \cdot \overline{SE} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot \frac{e\sqrt{3}}{3} = \frac{e^2\sqrt{3}}{6}$

A_{ASED}: $\quad A_{ASED} = \frac{6e^2}{\sqrt{3}} - \frac{e^2\sqrt{3}}{6} = \frac{36e^2 - e^2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{6\cdot\sqrt{3}} = \frac{36e^2-3e^2}{6\cdot\sqrt{3}}$

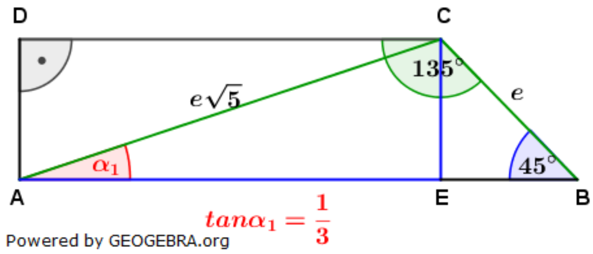
$= \frac{33e^2}{6\cdot\sqrt{3}} \quad | \quad \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$A_{ASED} = \frac{33e^2\cdot\sqrt{3}}{6\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{33e^2\cdot\sqrt{3}}{6\cdot 3} = \frac{11}{6}e^2\sqrt{3}$ **q.e.d.**

Lösung W1b/2005

Lösungslogik

Definition $tan\alpha_1 = \frac{\overline{CE}}{\overline{AE}}$.
Berechnung von $\overline{CE}$ über den $sin45°$.
Berechnung von $\overline{AE}$ über den Satz des Pythagoras.
Einsetzen von $\overline{CE}$ und $\overline{AE}$ in die Definitionsgleichung und Vereinfachen.



Klausuraufschrieb

$tan\alpha_1 = \frac{\overline{CE}}{\overline{AE}}$

$\overline{CE}$: $\quad sin45° = \frac{\overline{CE}}{\overline{CB}} \quad | \quad \cdot \overline{CB}$

$\overline{CE} = \overline{CB} \cdot sin45° = e \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{e}{2}\sqrt{2}$

$\overline{AE}$: $\quad \overline{AE} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CE}^2} = \sqrt{\left(e\sqrt{5}\right)^2 - \left(\frac{e}{2}\sqrt{2}\right)^2} \quad | \quad$ Satz des Pythagoras

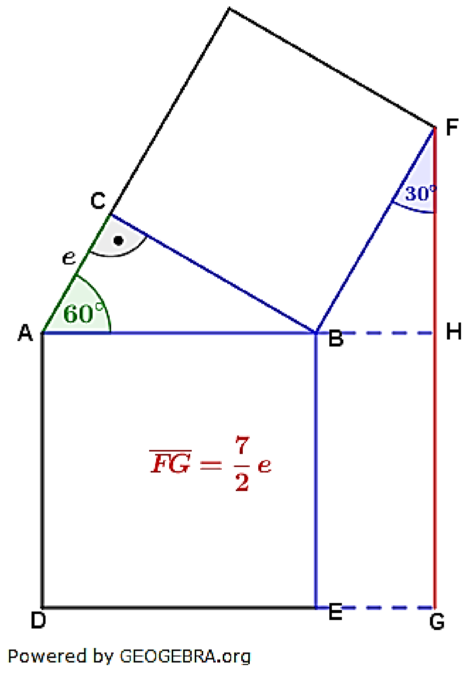
$\overline{AE} = \sqrt{5e^2 - \frac{e^2}{2}} = \sqrt{\frac{9e^2}{2}} = \frac{3e}{\sqrt{2}}$

$tan\alpha_1$: $\quad tan\alpha_1 = \frac{\frac{e}{2}\sqrt{2}}{\frac{9e^2}{2}} = \frac{e\sqrt{2}}{\frac{3e}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{3}$ **q.e.d.**

Lösung W1b/2006

Lösungslogik

Definition $\overline{FG} = \overline{GH} + \overline{FH}$.
Berechnung von $\overline{AB} = \overline{GH}$ über den $cos60°$.
Berechnung von $\overline{CB} = \overline{BF}$ über den $tan60°$.
Berechnung von $\overline{FH}$ über den $cos30°$.
Einsetzen von $\overline{GH}$ und $\overline{FH}$ in die Definitionsgleichung und vereinfachen.



Klausuraufschrieb

$\overline{FG} = \overline{GH} + \overline{FH}$

$\overline{GH}$: $\quad cos60° = \frac{\overline{AC}}{\overline{GH}} \quad | \cdot \overline{GH};\ : cos60°$

$\overline{GH} = \frac{\overline{AC}}{cos60°} = \frac{e}{\frac{1}{2}} = 2e$

$\overline{BF}$: $\quad tan60° = \frac{\overline{BF}}{\overline{AC}} \quad | \cdot \overline{AC}$

$\overline{BF} = \overline{AC} \cdot tan60° = e \cdot \sqrt{3}$

$\overline{FH}$: $\quad cos30° = \frac{\overline{FH}}{\overline{BF}} \quad | \cdot \overline{BF}$

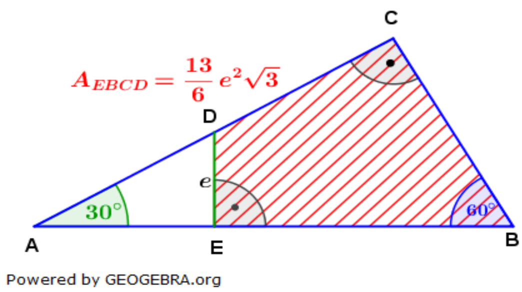
$\overline{FH} = \overline{BF} \cdot cos30° = e\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{3}{2}e$

$\overline{FG}$: $\quad \overline{FG} = 2e + \frac{3}{2}e = \frac{7}{2}e$ **q.e.d.**

Lösung W1b/2007

Lösungslogik

Die Fläche des Vierecks A_{EBCD} errechnet sich aus der Fläche des Dreiecks A_{ABC} abzüglich der Fläche des Dreiecks A_{AED}.
Berechnung von $\overline{AD}$ über den $sin30°$.
Bestimmung von $\overline{AC}$.
Berechnung von $\overline{BC}$ über den $tan30°$.
Berechnung von $\overline{AE}$ über den $tan30°$.
Berechnung von A_{ABC} über die Flächenformel des Dreiecks.
Berechnung von A_{AED} über die Flächenformel des Dreiecks.
Berechnung von A_{EBCD} und vereinfachen.



Klausuraufschrieb

$A_{EBCD} = A_{ABC} - A_{AED}$

$\overline{AD}$: $\quad sin30° = \frac{\overline{ED}}{\overline{AD}} \quad | \cdot \overline{AD};\ : sin30°$

$\overline{AD} = \frac{\overline{ED}}{sin30°} = \frac{e}{\frac{1}{2}} = 2e$

$\overline{AC}$: $\quad \overline{AC} = 2 \cdot \overline{AD} = 4e$

$\overline{BC}$: $\quad tan30° = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \quad | \cdot \overline{AC}$

$\overline{BC} = \overline{AC} \cdot tan30° = 4e \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} = \frac{4}{3}e\sqrt{3}$

$\overline{AE}$: $\quad tan30° = \frac{\overline{ED}}{\overline{AE}}$ $\quad | \quad \cdot \overline{AE};\ : tan30°$

$\overline{AE} = \frac{\overline{ED}}{tan30°} = \frac{e}{\frac{1}{3}\sqrt{3}} = \frac{3e}{\sqrt{3}}$

A_{ABC}: $\quad A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BC} = \frac{1}{2} \cdot 4e \cdot \frac{4}{3} e\sqrt{3} = \frac{16}{6} e^2\sqrt{3}$

A_{AED}: $\quad A_{AED} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AE} \cdot \overline{ED} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3e}{\sqrt{3}} \cdot e = \frac{3e^2}{2\sqrt{3}}$ $\quad | \quad \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ (Nenner rational machen)

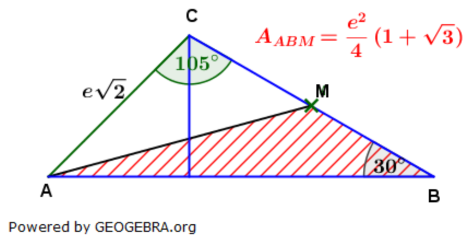
$A_{AED} = \frac{3e^2 \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3e^2\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} e^2\sqrt{3}$

A_{EBCD}: $\quad A_{EBCD} = \frac{16}{6} e^2\sqrt{3} - \frac{1}{2} e^2\sqrt{3} = \frac{16e^2\sqrt{3} - 3e^2\sqrt{3}}{6} = \frac{13}{6} e^2\sqrt{3}$ **q.e.d.**

Lösung W1b/2008

Lösungslogik

Die Fläche des Dreiecks A_{BM} errechnet sich aus der trigonometrischen Flächenformel für Dreiecke über die Seite $\overline{AB}$ und $\overline{BM}$ und dem $sin30°$.



Berechnung von $\overline{CD}$ über den $sin45°$.
Berechnung von $\overline{AD}$.
Berechnung von $\overline{BD}$ über den $tan30°$.
Berechnung von $\overline{BC}$ über den $cos30°$.
Berechnung von $\overline{BM}$.
Berechnung von $\overline{AB}$.
Berechnung von A_{ABM} über die trigonometrische Flächenformel des Dreiecks.

Klausuraufschrieb

$A_{ABM} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BM} \cdot sin30°$

$\overline{CD}$: $\quad sin45° = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$ $\quad | \quad \cdot \overline{AC}$

$\overline{CD} = \overline{AC} \cdot sin45° = e\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = e$

$\overline{AD}$: $\quad \overline{AD} = \overline{CD} = e$ $\quad | \quad$ Wegen $45°$

$\overline{BD}$: $\quad tan30° = \frac{\overline{CD}}{\overline{BD}}$ $\quad | \quad \cdot \overline{BD};\ : tan30°$

$\overline{BD} = \frac{\overline{CD}}{tan30°} = \frac{e}{\frac{1}{3}\sqrt{3}} = \frac{3e}{\sqrt{3}}$ $\quad | \quad \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ (Nenner rational machen)

$\overline{BD} = \frac{3e \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3e\sqrt{3}}{3} = e\sqrt{3}$

$\overline{BC}$: $\quad cos30° = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$ $\quad | \quad \cdot \overline{BC};\ : cos30°$

$\overline{BC} = \frac{\overline{BD}}{cos30°} = \frac{\frac{3e}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{6e}{3} = 2e$

$\overline{BM}$: $\quad \overline{BM} = 0{,}5 \cdot \overline{BC} = 0{,}5 \cdot 2e = e$

$\overline{AB}$: $\quad \overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = e + e\sqrt{3} = e(1+\sqrt{3})$

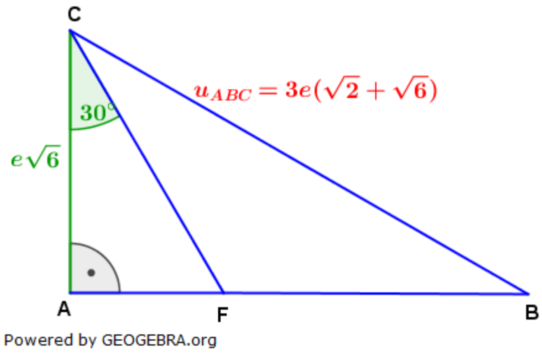
A_{ABM}: $\quad A_{ABM} = \frac{1}{2} \cdot e(1+\sqrt{3}) \cdot e \cdot sin30° = \frac{1}{2} \cdot e^2 \cdot (1+\sqrt{3}) \cdot \frac{1}{2}$

$A_{ABM} = \frac{1}{4} e^2(1+\sqrt{3})$ **q.e.d.**

Lösung W1b/2009

Lösungslogik

Der Umfang des Dreiecks ABC errechnet sich der Summe der Strecken $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ und $\overline{AC}$.
Berechnung von $\overline{AF}$ über den $tan30°$.
Berechnung von $\overline{CF} = \overline{FB}$ über den $cos30°$.
Berechnung von $\overline{AB}$ aus der Summe von $\overline{AF}$ und $\overline{FB}$.
Berechnung von $\overline{BC}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von u_{ABC}.



Klausuraufschrieb

$u_{ABC} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$

$\overline{AF}$: $tan30° = \frac{\overline{AF}}{\overline{AC}}$ | $\cdot \overline{AC}$

$\overline{AF} = \overline{AC} \cdot tan30° = e\sqrt{6} \cdot \frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{e\sqrt{18}}{3} = e\sqrt{2}$

$\overline{CF}$: $cos30° = \frac{\overline{AC}}{\overline{CF}}$ | $\cdot \overline{CF};\ : cos30°$

$\overline{CF} = \frac{\overline{AC}}{cos30°} = \frac{e\sqrt{6}}{\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}} = 2e\sqrt{2}$

$\overline{AB}$: $\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{CF} = e\sqrt{2} + 2e\sqrt{2} = 3e\sqrt{2}$

$\overline{BC}$: $\overline{BC} = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2} = \sqrt{(e\sqrt{6})^2 + (3e\sqrt{2})^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{BC} = \sqrt{6e^2 + 18e^2} = \sqrt{24e^2} = e\sqrt{4 \cdot 6} = 2e\sqrt{6}$

u_{ABC}: $u_{ABC} = 3e\sqrt{2} + 2e\sqrt{6} + e\sqrt{6} = 3e\sqrt{2} + 3e\sqrt{6} = 3e(\sqrt{2} + \sqrt{6})$ **q.e.d.**