

Aufgabe W1a/2003

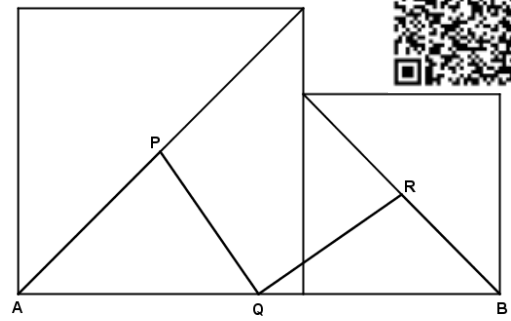
Zwei Quadrate mit den Seitenlängen $10,0\text{ cm}$ bzw. $7,0\text{ cm}$ werden wie rechts skizziert aneinandergelegt.

P und R sind die Mittelpunkte der Diagonalen.

Q ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{AB} .

Berechnen Sie die Länge des Streckenzuges $APQRB$ und die Größe des Winkels $\sphericalangle RQP$.

Lösung: $\overline{APQRB} = 24,2\text{ cm}$
 $\sphericalangle RQP = 90^\circ$



Powered by GEOGEBRA.org

Aufgabe W1b/2003

Die Punkte $A(-4|0)$ und $B(0|y_B)$ bilden mit dem Koordinatenursprung ein rechtwinkliges Dreieck. Der Punkt B ist auf der y -Achse beweglich. Der Innenwinkel des Dreiecks bei A wird mit α bezeichnet.

Der Winkel α ist von y_B abhängig. Tabellieren Sie diese Abhängigkeit des Winkels α für y_B von 0 bis 7 in Einerschritten. Zeichnen Sie das zugehörige Schaubild.

Wie groß ist jeweils y_B wenn α die Werte 30° bzw. 60° annimmt?

Welchen Flächeninhalt hat das Dreieck jeweils, wenn α die Werte 30° bzw. 60° annimmt?

Lösung: $\alpha = 30^\circ$; $y_B = 2,3\text{ LE}$; $A_{AOB} = 4,6\text{ FE}$
 $\alpha = 60^\circ$; $y_B = 6,9\text{ LE}$; $A_{AOB} = 13,9\text{ FE}$ alternativ: $A_{AOB} = 13,8\text{ FE}$.

Aufgabe W2b/2003

Die vier dunkel eingefärbten Teilflächen eines regelmäßigen Fünfecks mit der Seitenlänge $a = 7,6\text{ cm}$ bilden den Mantel einer quadratischen Pyramide.

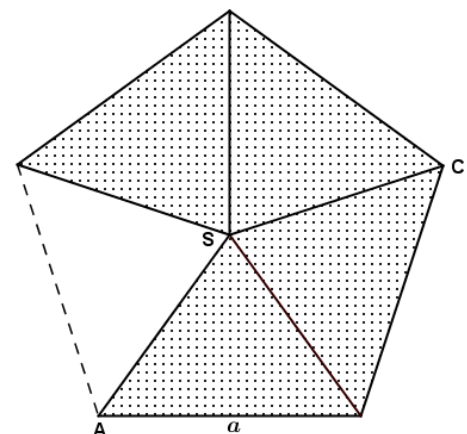
Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.

Der Punkt M liegt auf der Mitte der Strecke \overline{SC} .

Berechnen Sie die Länge von \overline{AM} im Körper.

Tipp: Berechnung von \overline{AM} über den Kosinussatz.

Lösung: $V = 69,1\text{ cm}^3$
 $\overline{AM} = 8,3\text{ cm}$



Powered by GEOGEBRA.org

Aufgabe W3a/2003

Die Normalparabel p_1 hat die Gleichung $y = x^2 - 4x + 6$.

Die Normalparabel p_2 ist nach unten geöffnet und hat den Scheitel $S_2(0|6)$.

Durch die Schnittpunkte beider Parabeln verläuft die Gerade g .

Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung der Geraden.

Die Gerade bildet mit den Koordinatenachsen ein rechtwinkliges Dreieck.

Berechnen Sie die restlichen Innenwinkel und den Umfang dieses Dreiecks.

Lösung: $g: y = -2x + 6; u = 15,7 \text{ LE}; \alpha = 63,4^\circ; \beta = 26,6^\circ$

Aufgabe W3b/2003

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{2x+1}{3x-9} - \frac{x+2}{2x+6} = \frac{x^2+2x-1}{x^2-9}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}; \quad \mathbb{L} = \{-2\}$$

Aufgabe W4a/2003

Vom gleichschenkligen Trapez $ABCD$ sind gegeben:

$$\overline{AB} = 5,6 \text{ cm}$$

$$\overline{AD} = 7,8 \text{ cm}$$

$$\gamma = 64,2^\circ$$

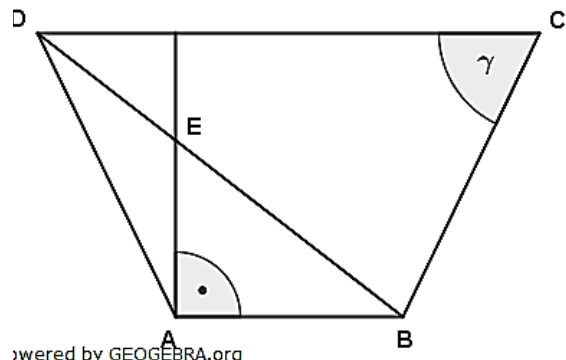
Berechnen Sie die Länge \overline{AE} .

Welchen Abstand hat E von \overline{BC} .

Lösung: $\overline{AE} = 4,4 \text{ cm}$

Abstand E von \overline{BC} ist $4,4 \text{ cm}$.

Tipp: Erst Kosinussatz dann Sinussatz für das Dreieck ABD verwenden.

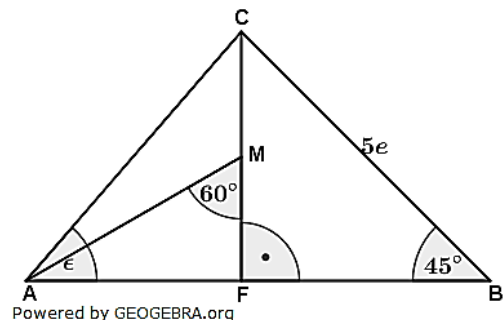


Aufgabe W4b/2003

Im nebenstehenden Dreieck ABC ist M der Mittelpunkt von \overline{CF} .

Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass gilt:

$$\tan \epsilon = \frac{2}{3} \sqrt{3}$$



Lösung Aufgabe W1a/2003

Lösungslogik

Berechnung der Teilstrecke \overline{AP} über die halbe Diagonale des großen Quadrates.

Berechnung der Teilstrecke \overline{RB} über die halbe Diagonale des kleinen Quadrates.

Berechnung der Teilstrecke \overline{PQ} über den Satz des Pythagoras und den Strecken \overline{EP} und \overline{EQ} .

Berechnung der Teilstrecke \overline{QR} über den Satz des Pythagoras und den Strecken \overline{QF} und \overline{FR} .

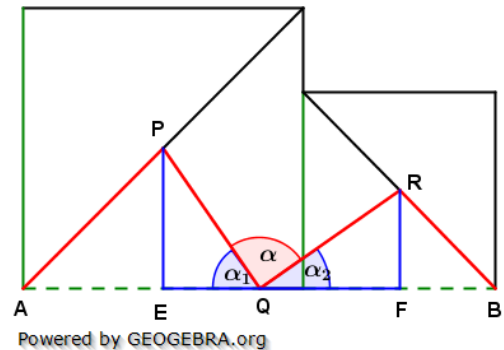
Berechnung der Teilstrecke \overline{PR} über den Satz des Pythagoras und den Strecken \overline{PG} und \overline{GR} .

Berechnung der Länge des Streckenzuges $APQRB$.

Berechnung des Winkels α_1 über den \sin .

Berechnung des Winkels α_2 über den \sin .

Berechnung des Winkels α als Ergänzungswinkel.



Klausuraufschrieb

$$\overline{AP}: \quad \overline{AP} = \frac{a_{10}}{2} = \frac{10}{2} \cdot \sqrt{2} = 7,07$$

$$\overline{RB}: \quad \overline{RB} = \frac{a_7}{2} = \frac{7}{2} \cdot \sqrt{2} = 4,95$$

$$\overline{EQ}: \quad \overline{EQ} = \frac{\overline{AB}}{2} - \frac{a_{10}}{2} = \frac{10+7-10}{2} = 3,5$$

$$\overline{PQ}: \quad \overline{PQ} = \sqrt{\overline{EP}^2 + \overline{EQ}^2} = \sqrt{\left(\frac{a_{10}}{2}\right)^2 + \overline{EQ}^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{5^2 + 3,5^2} = 6,1$$

$$\overline{QF}: \quad \overline{QF} = \frac{\overline{AB}}{2} - \frac{a_7}{2} = \frac{10+7-7}{2} = 5$$

$$\overline{QR}: \quad \overline{QR} = \sqrt{\overline{QF}^2 + \overline{FR}^2} = \sqrt{\overline{QF}^2 + \left(\frac{a_7}{2}\right)^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{QR} = \sqrt{5^2 + 3,5^2} = 6,1$$

$$\overline{APQRB}: \quad \overline{APQRB} = \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RB} = 7,07 + 6,1 + 6,1 + 4,95 = 24,22$$

Der Streckenzug $APQR$ ist 24,2 cm lang.

$$\alpha_1: \quad \sin \alpha_1 = \frac{\overline{EP}}{\overline{PQ}} = \frac{5}{6,1} = 0,81967$$

$$\alpha_1 = \sin^{-1}(0,81967) = 55,05^\circ$$

$$\alpha_2: \quad \sin \alpha_2 = \frac{\overline{FR}}{\overline{QR}} = \frac{3,5}{6,1} = 0,57377$$

$$\alpha_2 = \sin^{-1}(0,57377) = 35,01^\circ$$

$$\alpha: \quad \alpha = 180^\circ - \alpha_1 - \alpha_2 = 180^\circ - 55,05^\circ - 35,01^\circ = 98,94^\circ$$

Der Winkel RQP ist 90° groß.

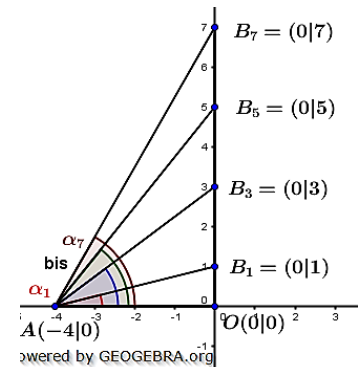
Lösung W1b/2003

Lösungslogik

In nebenstehender Grafik sind aus Übersichtsgründen nur die Werte 1; 3; 5 und 7 dargestellt.

Der jeweilige Winkel α ergibt sich aus dem \tan über $\tan \alpha = \frac{y_B}{4}$.

Tabelle und Schaubild siehe Klausuraufschrieb.



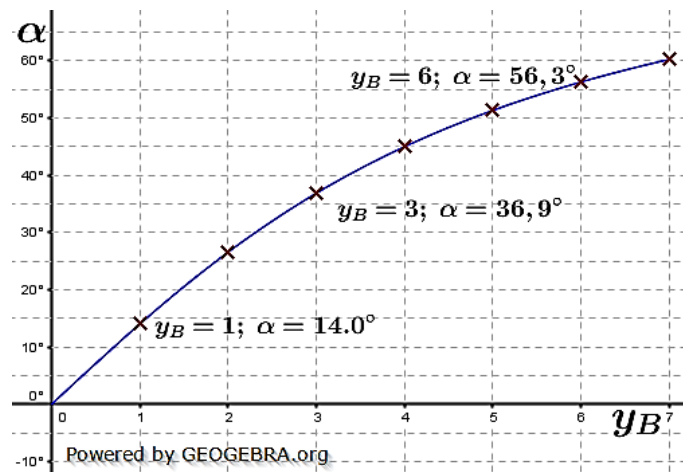
Klausuraufschrieb

$$\alpha_1 \text{ bis } \alpha_7: \tan \alpha = \frac{y_B}{4}; \alpha = \tan^{-1} \frac{y_B}{4}$$

| y_B | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|----------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| α | 0,0° | 14,0° | 26,6° | 36,9° | 45,0° | 51,3° | 56,3° | 60,3° |

$$\begin{aligned} \alpha = 30^\circ: \quad \tan 30^\circ &= \frac{y_B}{4} \\ y_B &= 4 \cdot \tan 30^\circ = 2,3 \text{ LE} \\ A_{A0B} &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2,3 = 4,6 \text{ FE} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha = 60^\circ: \quad \tan 60^\circ &= \frac{y_B}{4} \\ y_B &= 4 \cdot \tan 60^\circ = 6,9 \text{ LE} \\ A_{A0B} &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6,9 = 13,8 \text{ FE} \end{aligned}$$



Lösung W2b/2003

Lösungslogik

Volumen der Pyramide über $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$
(quadratische Pyramide).

Berechnung des Innenwinkels α und $\frac{\alpha}{2}$ des
Fünfecks.

Berechnung von $r = s_{Pyr}$ über den $\sin \frac{\alpha}{2}$. Hieraus
folgt $\frac{s_{Pyr}}{2}$.

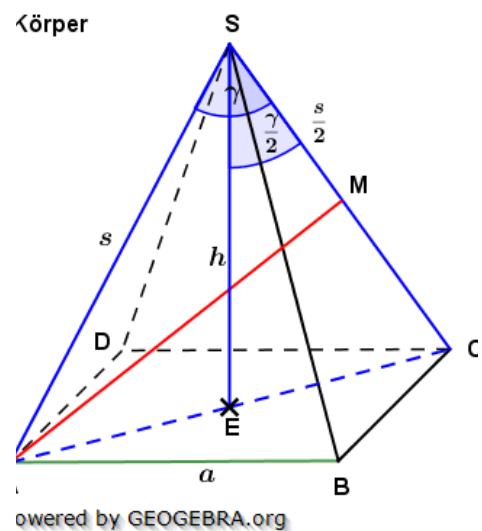
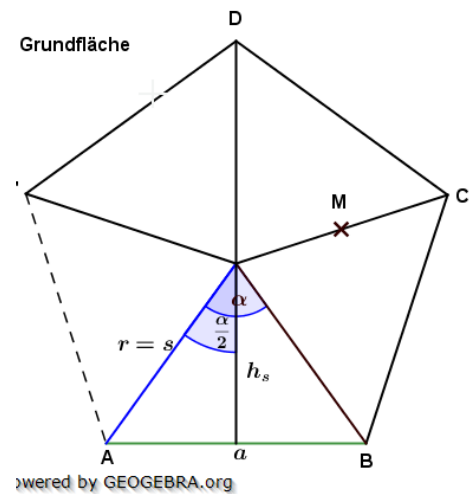
Berechnung der Strecke \overline{AE} (entspricht der
halben Diagonalen der quadratischen
Grundfläche).

Berechnung von h über den Satz des
Pythagoras.

Berechnung des Volumens der Pyramide.

Berechnung von $\frac{\gamma}{2}$ über den \cos von h zu s ,
hieraus folgt γ .

Berechnung der Strecke \overline{AM} über den
Kosinussatz mit s , $\frac{s}{2}$ und γ .



Klausuraufschrieb

$$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$

$$\alpha: \quad \alpha = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \quad \text{hieraus } \frac{\alpha}{2} = 36^\circ.$$

$$r: \quad \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{r} \quad | \quad \cdot r; : \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$r = \frac{\frac{a}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{3,8}{\sin 36^\circ} = 6,46$$

$$s: \quad s = r = 6,46 \quad \text{hieraus } \frac{s}{2} = 3,23$$

$$\overline{AE}: \quad \overline{AE} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot 7,6 \cdot \sqrt{2} = 5,37$$

$$h: \quad h = \sqrt{s^2 - \overline{AE}^2} = \sqrt{6,46^2 - 5,37^2}$$

$$h = \sqrt{12,8947} = 3,59$$

$$V_{Pyr}: \quad V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 7,6^2 \cdot 3,59 = 69,12$$

$$\frac{\gamma}{2}: \quad \cos \frac{\gamma}{2} = \frac{h}{s} = \frac{3,59}{6,46} = 0,5557$$

$$\frac{\gamma}{2} = \cos^{-1}(0,5557) = 56,24^\circ \quad \text{hieraus } \gamma = 112,5^\circ$$

$$\overline{AM}: \quad \overline{AM}^2 = s^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2 - 2 \cdot s \cdot \frac{s}{2} \cdot \cos \gamma \quad | \quad \text{Kosinussatz}$$

$$= 6,46^2 + 3,23^2 - 2 \cdot 6,46 \cdot 3,23 \cdot \cos 112,5^\circ = 68,1345$$

$$\overline{AM} = \sqrt{68,1345} = 8,2544$$

Das Volumen der Pyramide beträgt $69,1 \text{ cm}^3$. Die Strecke \overline{AM} ist $8,3 \text{ cm}$ lang.

Lösung W3a/2003

Lösungslogik

- Aufstellung der Funktionsgleichung p_2 .
- Bestimmung der Schnittpunkte von p_1 mit p_2 durch Gleichsetzung.
- Bestimmung der Funktionsgleichung von g über die beiden Schnittpunkte.
- Erstellung einer Graphik, Markieren des Dreiecks.
- Bestimmung der Schnittpunkte der Geraden mit den Koordinatenachsen.
- Berechnung der Seitenlängen und des Umfang des Dreiecks.
- Bestimmung der Innenwinkel α und β über \tan .

Klausuraufschrieb

$$p_1: y = x^2 - 4x + 6$$

Funktionsgleichung p_2 :

$$p_2: y = -x^2 + 6$$

in x -Richtung unverschobene, nach unten geöffnete Normalparabel mit Scheitelpunkt in $S_2(0|6)$

Schnittpunkte von p_1 mit p_2 :

$$p_1 \cap p_2:$$

$$x^2 - 4x + 6 = -x^2 + 6$$

$$2x^2 - 4x = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$x_1 = 0; x - 2 = 0 \Rightarrow x_2 = 2$$

$$y_1 = -x_1^2 + 6 = 6$$

$$y_2 = -x_2^2 + 6 = -4 + 6 = 2$$

Schnittpunkte durch Gleichsetzung
 $+x^2; -6$
 $:2$
 ausklammern
 Satz vom Nullprodukt

Die Schnittpunkte sind $P(0|6)$ und $Q(2|2)$.

Geradengleichung durch P und Q :

$$g: y = mx + b$$

$$m: m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 6}{2 - 0} = -2$$

$$y = -2x + b$$

$$6 = -2 \cdot 0 + b$$

$$b = 6$$

$$g: y = -2x + 6$$

Schnittpunkte von g mit den Koordinatenachsen:

$$0 = -2x + 6 \Rightarrow x = 3 \quad \text{Schnittpunkt } x\text{-Achse}$$

Schnittpunkt Gerade mit der x -Achse ist $R(3|0)$.

Umfang des Dreiecks OPR :

$$u_{OPR}: u = \overline{OP} + \overline{OR} + \overline{PR}$$

$$\overline{OP} = 6; \overline{OR} = 3$$

$$\overline{PR} = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6,7$$

$$u = 6 + 3 + 6,7 = 15,7$$

Satz des Pythagoras

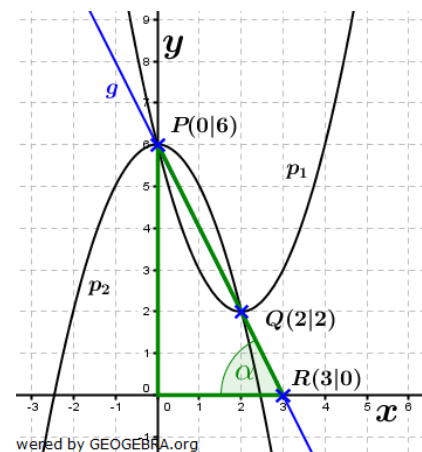
Der Umfang des Dreiecks OPR beträgt etwa 15,7 LE.

Innenwinkel des Dreiecks OPR :

$$\alpha: \tan(\alpha) = \frac{\overline{OP}}{\overline{OR}} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow \alpha \approx 63,4^\circ$$

$$\beta: \beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 63,4^\circ = 26,6^\circ$$

Die Innenwinkel des Dreiecks OPR betragen $\alpha = 63,4^\circ$, $\beta = 26,6^\circ$ und $\gamma = 90^\circ$.



Lösung W3b/2003

$$\frac{2x+1}{3x-9} - \frac{x+2}{2x+6} = \frac{x^2+2x-1}{x^2-9}$$

| | | |
|-----------|-----------|------------------|
| Nenner 1: | $3x - 9$ | $3(x - 3)$ |
| Nenner 2: | $2x + 6$ | $2(x + 3)$ |
| Nenner 3: | $x^2 - 9$ | $(x + 3)(x - 3)$ |

Hauptnenner: $2 \cdot 3 \cdot (x + 3)(x - 3)$

$2 \cdot 3 \cdot (x + 3)(x - 3) = 0$ für $x_1 = 3$ und $x_2 = -3$.

$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$

$$\frac{(2x+1) \cdot 2 \cdot 3 \cdot (x+3)(x-3)}{3(x-3)} - \frac{(x+2) \cdot 2 \cdot 3 \cdot (x+3)(x-3)}{2(x+3)} = \frac{(x^2+2x-1) \cdot 2 \cdot 3 \cdot (x+3)(x-3)}{(x+3)(x-3)}$$

$2(2x+1)(x+3) - 3(x+2)(x-3) = 6(x^2+2x-1)$ | ausmultiplizieren

$2(2x^2+6x+x+3) - 3(x^2-3x+2x-6) = 6x^2+12x-6$ | Restklammern auflösen

$4x^2+14x+6-3x^2+3x+18 = 6x^2+12x-6$ | $-6x^2; -12x; +6$

$-5x^2-5x+30$ | $: (-5)$

$x^2+x-6=0$ | p/q -Formel

$x_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{0,25+6} = -0,5 \pm \sqrt{6,25} = -0,5 \pm 2,5$

$x_1 = -2$ $x_2 = -3$

Wegen $x_2 = -3 \notin \mathbb{D}$ ist $\mathbb{L} = \{-2\}$.

Lösung W4a/2003

Lösungslogik (einfach)

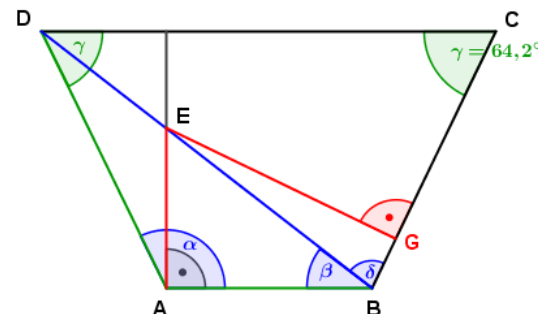
Die Strecke \overline{BD} errechnet sich mit dem Kosinussatz über \overline{AB} , \overline{AD} und dem Winkel α . Danach lässt sich mit dem Sinussatz der Winkel β ermitteln.

Berechnung von \overline{AE} dann über den $\tan\beta$.

Berechnung von δ .

Berechnung von \overline{EB} mit dem Satz des Pythagoras.

Berechnung \overline{EG} als Abstand des Punktes E von \overline{BC} mit $\sin\delta$.



Klausuraufschrieb

\overline{DB} : $\overline{DB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AB}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{AB} \cdot \cos\alpha$ | Kosinussatz

α : $\alpha = \frac{360^\circ - 2\gamma}{2} = \frac{360^\circ - 2 \cdot 61,2^\circ}{2} = 115,8^\circ$ | wegen gleichschenkligen Trapez

$\overline{DB} = \sqrt{7,8^2 + 5,6^2 - 2 \cdot 7,8 \cdot 5,6 \cdot \cos 115,8^\circ}$

$\overline{DB} = 11,41$

β : $\frac{\sin\beta}{\overline{AD}} = \frac{\sin\alpha}{\overline{DB}}$ | $\cdot \overline{AD}$

$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{\overline{DB}} \cdot \overline{AD} = \frac{\sin 115,8^\circ}{11,41} \cdot 7,8 = 0,6155$ | Sinussatz

$\beta = \sin^{-1}(0,6155) = 37,98^\circ$

$\overline{A:E}$: $\tan\beta = \frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}$ | $\cdot \overline{AB}$

$\overline{AE} = \overline{AB} \cdot \tan\beta = 5,6 \cdot \tan 37,98^\circ = 4,37$

δ : $\delta = \alpha - \beta = 115,8^\circ - 37,98^\circ = 77,82^\circ$

$$\overline{EB}: \quad \overline{EB} = \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{AB}^2} = \sqrt{4,37^2 + 5,6^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{EB} = 7,10$$

$$\overline{EG}: \quad \sin \delta = \frac{\overline{EG}}{\overline{EB}} \quad | \quad \cdot \overline{EB}$$

$$\overline{EG} = \overline{EB} \cdot \sin \delta = 7,1 \cdot \sin 77,82^\circ = 6,94$$

Die Strecke \overline{AE} ist etwa 4,4 cm lang. Der Abstand des Punktes E von \overline{BC} beträgt 6,9 cm.

Lösungslogik (umständlich)

Berechnung von $\overline{HD} = \overline{AF}$ über den $\sin \gamma$.

Berechnung \overline{HA} über den Satz des Pythagoras im Dreieck ADH .

Berechnung \overline{HB} aus $\overline{HA} + \overline{AB}$.

Berechnung \overline{DB} über den Satz des Pythagoras im Dreieck HBD .

Berechnung von β über den \tan .

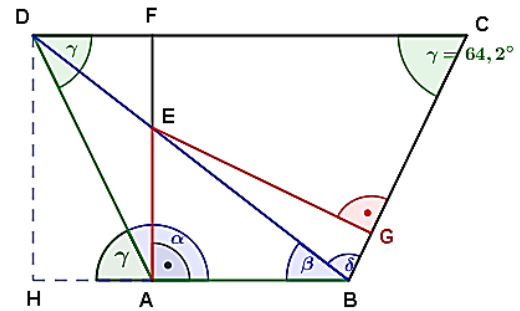
Berechnung von \overline{AE} über den $\tan \beta$

Berechnung von \overline{EB} über den Satz des Pythagoras im Dreieck ABE .

Berechnung von α über die Winkelsumme im Viereck.

Berechnung von δ .

Berechnung von \overline{EG} über den $\sin \delta$.



wered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

$$\overline{HD}: \quad \sin \gamma = \frac{\overline{HD}}{\overline{AD}} \quad | \quad \cdot \overline{AD}$$

$$\overline{HD} = \overline{AD} \cdot \sin \gamma = 7,8 \cdot \sin 64,2^\circ = 7,0225$$

$$\overline{HA}: \quad \overline{HA} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{HD}^2} = \sqrt{7,8^2 - 7,0225^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{HA} = 3,3948$$

$$\overline{HB}: \quad \overline{HB} = \overline{HA} + \overline{AB} = 3,3948 + 5,6 = 8,9948$$

$$\overline{DB}: \quad \overline{DB} = \sqrt{\overline{HD}^2 + \overline{HB}^2} = \sqrt{7,0225^2 + 8,9948^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{DB} = 11,41$$

$$\beta: \quad \tan \beta = \frac{\overline{HD}}{\overline{HB}} = \frac{7,0225}{8,9948} = 0,7807$$

$$\beta = \tan^{-1} 0,7807 = 37,98^\circ$$

$$\overline{AE}: \quad \tan \beta = \frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB}$$

$$\overline{AE} = \overline{AB} \cdot \tan \beta = 5,6 \cdot \tan 37,98^\circ = 4,37$$

$$\overline{EB}: \quad \overline{EB} = \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{AB}^2} = \sqrt{4,37^2 + 5,6^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{EB} = 7,1033$$

$$\alpha: \quad \alpha = \frac{360^\circ - 2\gamma}{2} = \frac{360^\circ - 2 \cdot 64,2^\circ}{2} = 115,8^\circ \quad | \quad \text{wegen gleichschenkligen Trapez}$$

$$\delta: \quad \delta = \alpha - \beta = 115,8^\circ - 37,98^\circ = 77,82^\circ$$

$$\overline{EG}: \quad \sin \delta = \frac{\overline{EG}}{\overline{EB}} \quad | \quad \cdot \overline{EB}$$

$$\overline{EG} = \overline{EB} \cdot \sin \delta = 7,1 \cdot \sin 77,82^\circ = 6,94$$

Die Strecke \overline{AE} ist etwa 4,4 cm lang. Der Abstand des Punktes E von \overline{BC} beträgt 6,9 cm.

Lösung W3a/2004

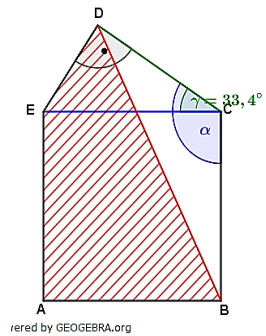
Lösungslogik (einfach)

Berechnung von \overline{EC} über $\cos \gamma$.

Berechnung von α .

Berechnung von \overline{BD} mit dem Kosinussatz.

Berechnung von A_{ABDE} aus der Summe von \overline{EC}^2 und A_{ECD} abzüglich A_{BCD} .



Klausuraufschrieb

$$\overline{BD}: \quad \overline{BD} = \sqrt{\overline{CD}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{CD} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \alpha} \quad | \quad \text{Kosinussatz}$$

$$\overline{EC}: \quad \cos \gamma = \frac{\overline{CD}}{\overline{EC}} \quad | \quad \cdot \overline{EC}; : \cos \gamma$$

$$\overline{EC} = \frac{\overline{CD}}{\cos \gamma} = \frac{4,1}{\cos 33,4^\circ} = 4,91$$

$$\overline{BC}: \quad \overline{BC} = \overline{EC} = 4,91$$

$$\alpha: \quad \alpha = 90^\circ + \gamma = 90^\circ + 33,4^\circ = 123,4^\circ$$

$$\overline{BD} = \sqrt{4,1^2 + 4,91^2 - 2 \cdot 4,1 \cdot 4,91 \cdot \cos 123,4^\circ} = 7,94$$

$$A_{ABDE}: \quad A_{ABDE} = A_{ABCD} + A_{ECD} - A_{BCD}$$

$$A_{ABCD}: \quad A_{ABCD} = \overline{EC}^2 = 4,91^2 = 24,11 \text{ cm}^2$$

$$A_{ECD}: \quad A_{ECD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EC} \cdot \overline{CD} \cdot \sin \gamma \quad | \quad \text{trigonometrischer Flächeninhalt}$$

$$A_{ECD} = \frac{1}{2} \cdot 4,91 \cdot 4,1 \cdot \sin 33,4^\circ = 5,54 \text{ cm}^2$$

$$A_{BCD}: \quad A_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EC} \cdot \overline{CD} \cdot \sin \alpha \quad | \quad \text{trigonometrischer Flächeninhalt.}$$

$$A_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot 4,91 \cdot 4,1 \cdot \sin 123,4^\circ = 8,40 \text{ cm}^2$$

$$A_{ABDE}: \quad A_{ABDE} = 24,11 + 5,54 - 8,40 = 21,25 \text{ cm}^2$$

Die Strecke \overline{BD} ist 7,9 cm lang. Die Fläche des Vierecks ABDE beträgt 21,3 cm².

Lösungslogik (umständlich)

Berechnung von $\overline{EC} = \overline{AB}$ über den $\cos y$.

Berechnung von \overline{FD} über den $\sin y$.

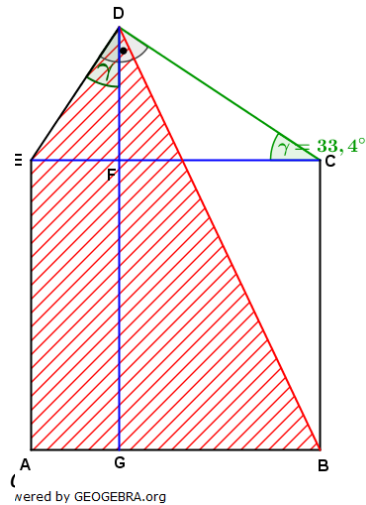
Berechnung von \overline{EF} über den $\tan y$.

Berechnung von \overline{FC} aus Differenz von \overline{EC} und \overline{EF} .

Die rote Fläche lässt sich jetzt berechnen aus:

Fläche Rechteck $AGFE$ + Fläche Dreieck EFD + Fläche Dreieck BDG .

Berechnung der Strecke \overline{BD} über den Satz des Pythagoras.



Klausuraufschrieb

$$\begin{aligned} \overline{EC}: \quad \cos y &= \frac{\overline{CD}}{\overline{EC}} & | \quad \cdot \overline{EC}; & \overline{EC} \\ \overline{EC} &= \frac{\overline{CD}}{\cos y} = \frac{4,1}{\cos 33,4^\circ} = 4,91 \\ \overline{FD}: \quad \sin y &= \frac{\overline{FD}}{\overline{CD}} & | \quad \cdot \overline{CD} & \overline{FD} \\ \overline{FD} &= \overline{CD} \cdot \sin y = 4,1 \cdot \sin 33,4^\circ = 2,257 \\ \overline{EF}: \quad \tan y &= \frac{\overline{EF}}{\overline{FD}} & | \quad \cdot \overline{ED}; \tan y & \overline{EF} \\ \overline{EF} &= \frac{\overline{FD}}{\tan y} = \frac{2,257}{\tan 33,4^\circ} = 3,423 \end{aligned}$$

$$\overline{FC}: \quad \overline{FC} = \overline{EC} - \overline{EF} = 4,91 - 3,423 = 1,487$$

$$A_{ABDE}: \quad A_{ABDE} = A_{AGFE} + A_{EFD} + A_{BDG}$$

$$A_{AGFE}: \quad A_{AGFE} = \overline{EF} \cdot \overline{AB} = 1,4882 \cdot 4,91 = 7,307$$

$$A_{EFD}: \quad A_{EFD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EF} \cdot \overline{FD} = \frac{1}{2} \cdot 1,4882 \cdot 2,257 = 1,6794$$

$$A_{BDG}: \quad A_{BDG} = \frac{1}{2} \cdot \overline{FC} \cdot (\overline{AB} + \overline{FD}) = \frac{1}{2} \cdot 3,423 \cdot (4,91 + 2,257) = 12,2663$$

$$A_{ABDE}: \quad A_{ABDE} = 7,307 + 1,6794 + 12,2663 = 21,2527$$

$$\overline{BD}: \quad \overline{BD} = \sqrt{\overline{FC}^2 + (\overline{AB} + \overline{FD})^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{3,423^2 + (4,9112 + 2,0257)^2} = 7,9435$$

Die Strecke \overline{BD} ist 7,9 cm lang. Die Fläche des Vierecks ABDE beträgt 21,3 cm².

Lösung W4b/2003

Lösungslogik

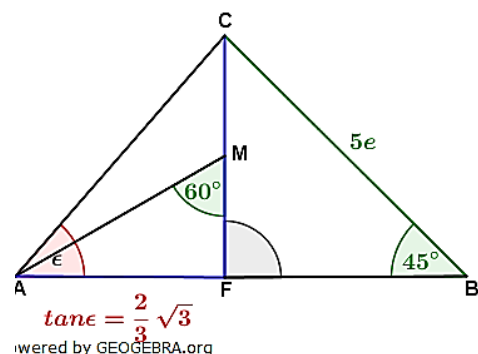
$$\text{Definition } \tan \epsilon = \frac{\overline{CF}}{\overline{AF}}$$

Berechnung von \overline{CF} über den $\sin 45^\circ$.

Bestimmung von \overline{FM} .

Berechnung von \overline{AF} über den $\tan 60^\circ$.

Einsetzen von \overline{CF} und \overline{AF} in die Definitionsgleichung und Vereinfachen.



Klausuraufschrieb

$$\tan \epsilon = \frac{\overline{CF}}{\overline{AF}}$$

$$\overline{CF}: \quad \sin 45^\circ = \frac{\overline{CF}}{\overline{BC}} \quad | \quad \cdot \overline{BC}$$

$$\overline{CF} = \overline{BC} \cdot \sin 45^\circ = 5e \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = 2,5e\sqrt{2}$$

$$\overline{FM}: \quad \overline{FM} = 0,5 \cdot \overline{CF} = 0,5 \cdot 2,5e\sqrt{2} = 1,25e\sqrt{2}$$

$$\overline{AF}: \quad \tan 60^\circ = \frac{\overline{AF}}{\overline{FM}} \quad | \quad \cdot \overline{FM}$$

$$\overline{AF} = \overline{FM} \cdot \tan 60^\circ = 1,25e\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$\tan \epsilon = \frac{2,5e\sqrt{2}}{1,25e\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$| \quad \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \quad (\text{Nenner rational machen})$$

$$\tan \epsilon = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2}{3} \sqrt{3}$$

q.e.d.