Aufgabe B1a/2021

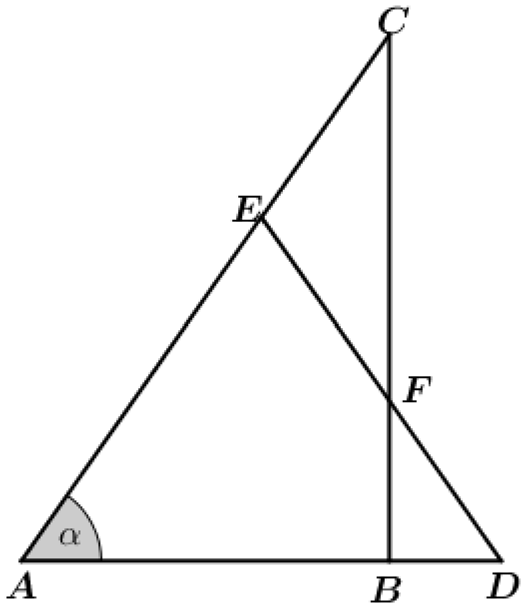
Gegeben sind das rechtwinklige Dreieck ABC und das gleichschenklige Dreieck ADE.

Es gilt:

$\overline{AB} = 13{,}2\ cm$
$\alpha = 55\,°$
$\overline{CE} = 8{,}0\ cm$
$\overline{AE} = \overline{DE}$.

- Berechnen Sie die Länge von $\overline{BF}$.
- Berechnen Sie den Umfang des Vierecks $ABFE$.

Lösung: $\overline{BF} = 5{,}74\ cm$
$u_{ABFE} = 42{,}0\ cm$



Powered by GEOGEBRA.org

Aufgabe B1b/2021

Die Punkte $A(1|-8)$ und $B(3|-8)$ liegen auf einer nach oben geöffneten Normalparabel p.

- Geben Sie die Funktionsgleichung der Parabel p in der Normalform $y = x^2 + bx + c$ an.

Die Schnittpunkte der Parabel p mit der x-Achse und die Punkte A und B bilden ein Viereck.

- Berechnen Sie die Flächeninhalt dieses Vierecks.

Die Geraden g und h verlaufen jeweils auf den Diagonalen des Vierecks. Sie schneiden sich im Punk Q.

- Berechnen Sie Koordinaten des Schnittpunktes Q.

Lösungen: *Parabel* $y = x^2 - 4x - 5$
$A_{Viereck} = 32\ FE$
$Q(2|-6)$

Aufgabe B2a/2021

Der Punkt $A(-4|-1)$ liegt auf der Parabel p_1 mit der Funktionsgleichung $y = x^2 + bx + 7$.
Die Gerade g schneidet die Parabel p_1 im Punkt A und im Scheitelpunkt S_1.

- Berechnen Sie die Funktionsgleichungen der Parabel p_1 und der Geraden g.

Durch Spiegelung des Scheitelpunktes S_1 an der y-Achse entsteht der Punkt S_2.
S_2 ist der Scheitelpunkt einer nach oben geöffneten verschobenen Normalparabel p_2.

- Geben Sie die Funktionsgleichung von p_2 in der Form $y = x^2 + bx + c$ an.

Der Schnittpunkt der Geraden g mit der y-Achse ist der Scheitelpunkt S_3 der Parabel p_3. Die Parabel p_3 der Form $y = ax^2 + c$ geht außerdem durch die Scheitelpunkte S_1 und S_2.

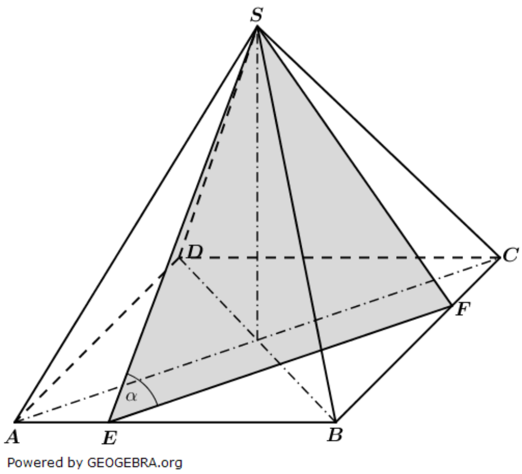
- Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Parabel p_3.

Lösungen: $p_1: y = x^2 + 6x + 7$; $\quad g: \; y = -x - 5$
$p_2: y = x^2 - 6x + 7$
$p_3: y = \frac{1}{3}x^2 - 5$

Aufgabe B2b/2021

In einer quadratischen Pyramide liegt das Dreieck EFS.
Es gilt:

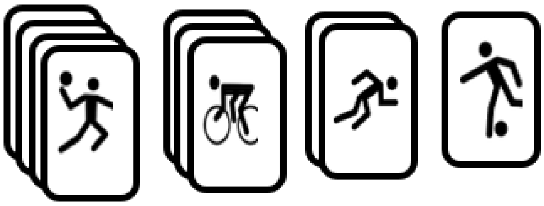
$\overline{AB} = \overline{EF} = 12{,}6\ cm$
$\alpha = 72\,°$
$\overline{EF} \parallel \overline{AC}$



- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks EFS.
- Berechnen Sie das Volumen der quadratischen Pyramide.

Lösung: $A_{EFS} = 122{,}2\ cm^2$
$V_{Pyr} = 1017\ cm^3$

Aufgabe B3a/2021



Zehn gleich große Karten sind mit vier verschiedenen Symbolen (Handball, Radfahren, Laufen, Fußball) bedruckt. Sie sind nach den Symbolen in vier Stapeln sortiert (siehe Abbildung).
Die Karten werden gemischt und verdeckt auf den Tisch gelegt.
Sie werden für ein Glückspiel eingesetzt. Dabei werden zwei Karten gleichzeitig gezogen.
Für das Spiel wird der abgebildete Gewinnplan geprüft.

Ereignis	**Gewinn**
Zweimal 	$9{,}00$ €
 und 	$6{,}00$ €
 und 	$3{,}00$ €
Andere Ereignisse	Kein Gewinn
Einsatz pro Spiel $1{,}00$ €	

- Berechnen Sie den Erwartungswert.

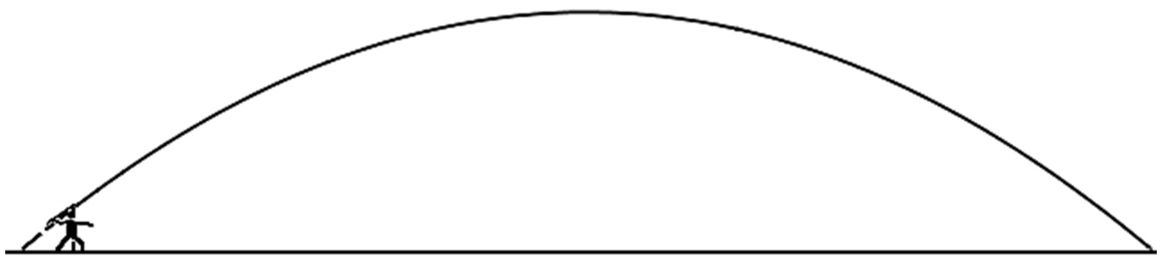
Der Veranstalter möchte langfristig pro Spiel einen Erlös von $0{,}50$ € erzielen.

- Wie hoch muss der Gewinn für  und  sein, wenn alles andere unverändert bleibt.

Lösungen: $E(X) = -0{,}33$ €
Gewinn für einmal Läufer und einmal Fußball: 2,25 €

Aufgabe B3b/2021

Die Flugbahn eines Speers ist nahezu parabelförmig.
Der Abwurfpunkt A liegt $1{,}80\ m$ über der Abwurffläche.
Der Speer erreicht nach $20\ m$, in horizontaler Richtung von der Abwurflinie gemessen, seine maximale Höhe von $9{,}80\ m$.



Powered by GEOGEBRA.org

- Berechnen Sie eine mögliche Funktionsgleichung der Flugkurve des Speers.
- Wie weit fliegt der Speer?

Ein zweiter Wurfversuch kann mit der Funktionsgleichung $y = -\frac{1}{30}x^2 + 13$ beschrieben werden. Die Wurfweite beträgt $38{,}15\ m$.

- Geben Sie die Höhe des Abwurfpunktes an.

Lösungen: *Parabel* $y = -\frac{1}{50}x^2 + 9{,}8$
Wurfweite: $42{,}14\ m$
Abwurfhöhe: $1{,}71\ m$

Aufgabe B4a/2021

Die Gerade g und die verschobene Normalparabel p gehen durch die beiden Punkte $A(2|3)$ und $B(6|11)$.
Der Punkt $C(4|y_C)$ liegt auf der Parabel p.
Die Gerade h steht senkrecht auf g und geht durch C.
Die Gerade h schneidet die beiden Koordinatenachsen in den Punkten P und Q.

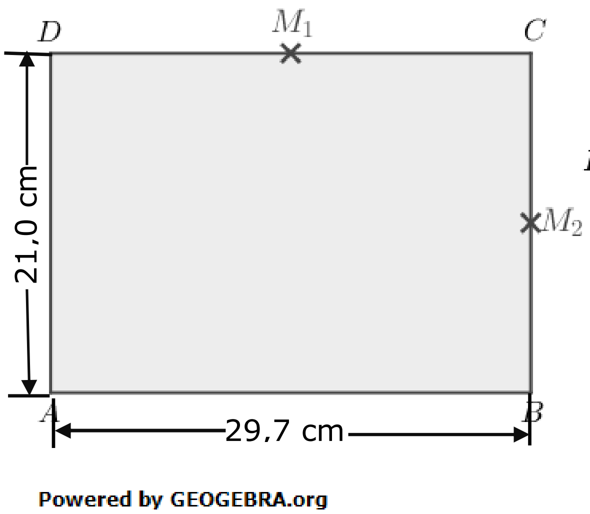
Berechnen Sie die Koordinaten von P und Q.

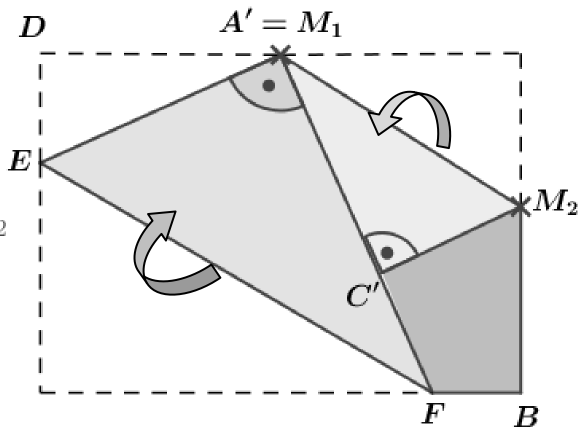
Lösungen: $P(10|0)$; $Q(0|5)$

Aufgabe B4b/2021

Ein DINA A4-Blatt hat die Eckpunkte A, B, C und D.
Die Punkte M_1 und M_2 halbieren die Seitenlängen des DIN A4-Blattes.
Der Punkt C wird zu C'. Die beiden Papierkanten stoßen entlang $\overline{M_1F}$ aneinander.

Berechnen Sie die Flächeninhalte des Dreiecks EM_1D und des Vierecks FBM_2C'.

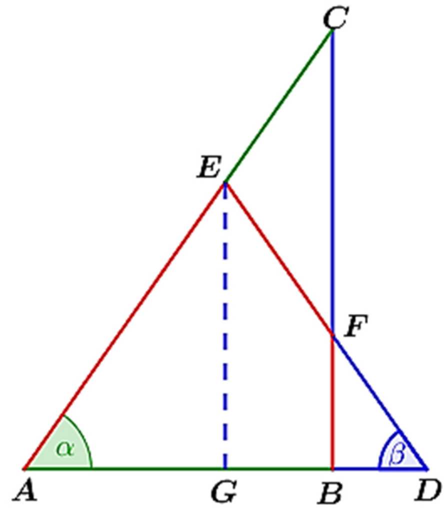




Lösungen: $A_{EM_1D} = 39\ cm^2$; $A_{FBM_2C'} = 77{,}9\ cm^2$

Lösung B1a/2021

Lösungslogik



Wir berechnen zunächst im rechtwinkligen Dreieck ABC die Strecke $\overline{BC}$ über den $\tan(\alpha)$ und danach die Strecke $\overline{AC}$ über den Satz des Pythagoras.
Wir berechnen die Strecke $\overline{AE}$ aus der Differenz von $\overline{AC}$ und $\overline{EC}$.
Wir berechnen die Strecke $\overline{AG}$ über den $cos\,(\alpha)$.
Wir berechnen die Strecke $\overline{AD}$ über $2 \cdot \overline{AG}$, denn das Dreieck ist gleichschenklig.
Wie berechnen $\overline{BD}$ aus der Differenz von $\overline{AD}$ und $\overline{AB}$.
Wir berechnen $\overline{BF}$ über den $tan\,(\beta)$.
Wir berechnen die Strecke $\overline{DF}$ über den Satz des Pythagoras.
Wir berechnen die Strecke $\overline{EF}$ aus der Differenz von $\overline{DE} = \overline{AE}$ und $\overline{DF}$.
Der Umfang des Vierecks $ABFE$ kann nun gebildet werden.

Klausuraufschrieb

$\overline{BC}$: $\quad tan\alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB}$

$\overline{BC} = \overline{AB} \cdot \tan(\alpha) = 13{,}2 \cdot \tan(55\,°) = 18{,}85$

$\overline{AC}$: $\quad \overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} \quad | \quad$ Satz des Pythagoras

$\overline{AC} = \sqrt{13{,}2^2 + 18{,}85^2} = 23{,}01$

$\overline{AE}$: $\quad \overline{AE} = \overline{AC} - \overline{EC} = 23{,}01 - 8{,}0 = 15{,}01$

$\overline{AG}$: $\quad cos\alpha = \frac{\overline{AG}}{\overline{AE}} \quad | \quad \cdot \overline{AE}$

$\overline{AG} = \overline{AE} \cdot cos\alpha = 15{,}01 \cdot \cos(55\,°) = 8{,}61$

$\overline{AD}$: $\quad \overline{AD} = 2 \cdot \overline{AG} = 2 \cdot 8{,}61 = 17{,}22$

$\overline{BD}$: $\quad \overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB} = 17{,}22 - 13{,}2 = 4{,}02$

$\overline{BF}$: $\quad tan\beta = \tan(\alpha) = \frac{\overline{BF}}{\overline{BD}} \quad | \quad \cdot \overline{BD}$

$\overline{BF} = \overline{BD} \cdot tan\alpha = 4{,}02 \cdot \tan(55\,°) = 5{,}74$

Die Strecke $\overline{BF}$ ist $5{,}74\ cm$ lang.

$\overline{DF}$: $\quad \overline{DF} = \sqrt{\overline{BD}^2 + \overline{BF}^2} \quad | \quad$ Satz des Pythagoras

$\overline{DF} = \sqrt{4{,}02^2 + 5{,}74^2} = 7{,}0$

$\overline{EF}$: $\quad \overline{EF} = \overline{AE} - \overline{DF} = 15{,}01 - 7{,}0 = 8{,}01$

u_{ABFE}: $\quad u_{ABFE} = \overline{AB} + \overline{BF} + \overline{EF} + \overline{AE}$

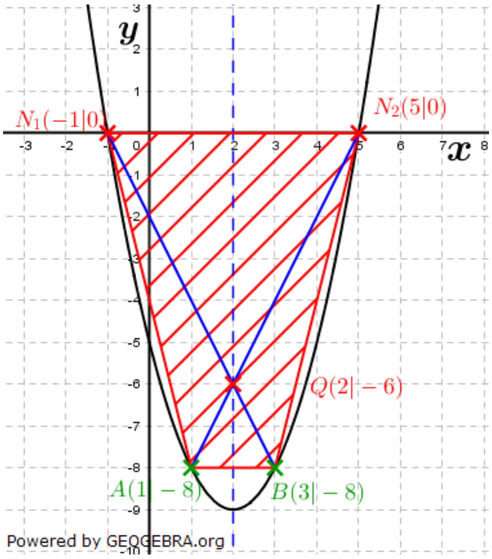
$u_{ABFE} = 13{,}2 + 5{,}74 + 8{,}01 + 15{,}01 = 41{,}96$

Der Umfang des Vierecks $ABFE$ beträgt $42\ cm$.

Lösung B1b/2021

Lösungslogik

Parabelgleichung p:
Aus den gegebenen Punkten $A(1|-8)$ und $B(3|-8)$ schließen wir auf die Symmetrieachse $x = 2$, gleichzeitig des Scheitels.
Die Scheitelpunktgleichung lautet somit $y = (x-2)^2 + y_s$. Über eine Punktprobe mit $B(3|-8)$ lässt sich die y-Koordinate des Scheitels ermitteln.
Durch Ausmultiplikation des Binoms erhalten wir dann die Normalgleichung von p.



Fläche Viereck durch A, B und die beiden Nullstellen:
Wir setzen y der Parabelgleich auf , lösen die quadratische Gleichung nach x auf und erhalten die beiden Nullstellen.
Das Viereck ist ein Trapez, die Fläche des Trapezes ermittelt sich dann aus:
$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (\overline{N_1N_2} + \overline{AB}) \cdot h$ mit $h = 8$

Koordinaten des Punktes Q:
Wir stellen die Geradengleichungen durch die Punkte A und N_2 sowie B und N_1 auf. Ermittlung des Schnittpunktes der beiden Geraden durch Gleichsetzung der Geradengleichungen.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung p:

p_1: Wegen der Symmetrie der beiden Punkte A und B liegt die Symmetrieachse der Parabel bei $x = 2$.

$y = (x-2)^2 + y_S$ | Scheitelpunktform der Parabel
$-8 = (3-2)^2 + y_s$ | Punktprobe mit $B(3|-8)$
$-8 = 1 + y_s$ | -1
$y_s = -9$
$y = (x-2)^2 - 9$
$y = x^2 - 4x - 5$

Die Normalform der Parabel p lautet $y = x^2 - 4x - 5$

Fläche Viereck durch A, B und die beiden Nullstellen:
Berechnung der Nullstellen:

$x^2 - 4x - 5 = 0$
$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4+5} = 2 \pm 3$ | pq –Formel
$x_1 = 5; \quad x_2 = -1$

Das Viereck ABN_2N_1 ist ein Trapez.

$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$
$a = \overline{N_1N_2} = 6; \quad c = \overline{AB} = 2; \quad h = 8$
$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (6+2) \cdot 8 = 32$

Das Viereck hat eine Fläche von $32\ FE$.

Koordinaten des Punktes Q:

Gerade g durch A und N_2:

g: $y = mx + b$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-8)}{5-1} = 2$

$y = 2x + b$

$-8 = 2 \cdot 1 + b$ | *Punktprobe mit* $A(1|-8)$

$b = -10$

$y = 2x - 10$

Gerade h durch B und N_1:

h: $y = mx + b$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-8}{1-(-1)} = -2$

$y = -2x + b$

$-8 = -2 \cdot 3 + b$ | *Punktprobe mit* $B(3|-8)$

$b = -2$

$y = -2x - 2$

$g \cap h$

$2x - 10 = -2x - 2$ | $-2x;\ +10$

$4x = 8 \rightarrow x = 2$

$x \to h$

$y = -2 \cdot 2 - 2$

$y = -6$

Der Punkt hat die Koordinaten $Q(2|-6)$.

Lösung B2a/2021

<u>Lösungslogik</u>

Parabel p_1 und Gerade g:

Über eine Punktprobe mit A lässt sich der Parameter b errechnen.
Wir stellen die Gleichung von in die Scheitelpunkform um, um die Koordinaten des Scheitelpunktes S_1 zu erhalten.
Wir stellen die Geradengleichung g über die beiden Punkte A und S_1 auf.

Parabel p_2:

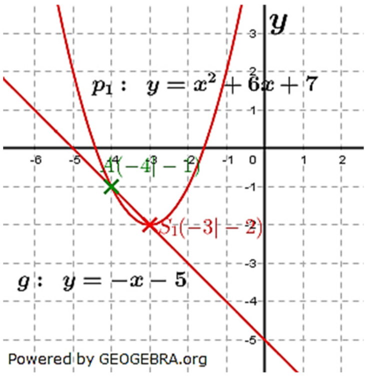
Den Scheitelpunkt S_2 der Parabel p_2 erhalten wir durch Spiegelung an der y-Achse. Die Spiegelung erhalten wir wie folgt:
Sei $S_1(x|y)$ so ist $S_2(-x|y)$.
Wir stellen die Scheitelpunktgleichung auf, multiplizieren das Binom aus und fassen zusammen.

Parabel p_3:

Der y-Achsenabschnitt von p_3 ist gleich dem y-Achsenabschnitt von g.
Mit einer Punktprobe mit S_1 oder mit S_2 lässt sich der noch unbekannte Parameter g errechnen.

Klausuraufschrieb

Parabel p_1 und Gerade g:



p_1: $y = x^2 + bx + 7$

$-1 = (-4)^2 + b \cdot (-4) + 7$ | Punktprobe mit $A(-4|-1)$

$-1 = 16 - 4b + 7$ | -23

$-24 = -4b$

$b = 6$

$y = x^2 + 6x + 7$

$y = (x+3)^2 - 9 + 7$ | quadratische Ergänzung

$y = (x+3)^2 - 2$ | Scheitelpunktgleichung

$S_1(-3|-2)$

g: $y = mx + b$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-(-1)}{-3-(-4)} = -1$

$y = -x + b$

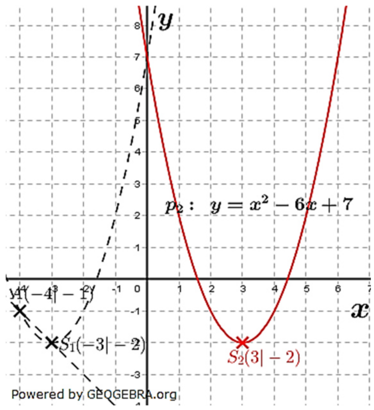
$-1 = -(-4) + b$ | Punktprobe mit $A(-4|-1)$

$-1 = 4 + b$

$b = -5$

$y = -x - 5$

Parabel p_2:



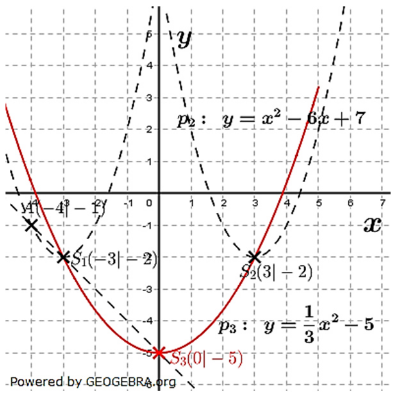
p_2: $y = (x - x_s)^2 + y_s$ | Scheitelpunktgleichung

S_2: $S_2(-x_{S_1}|y_{S_1}) = S_2(3|-2)$

$y = (x-3)^2 - 2$

$y = x^2 - 6x + 7$

Parabel p_3:



p_2: $y = ax^2 + c$

Der y-Achsenabschnitt von p_3 ist gleich dem y-Achsenabschnitt von g.

$b = c = -5$

$y = ax^2 - 5$

$-2 = a \cdot 3^2 - 5$ | Punktprobe mit $S_2(3|-2)$

$-2 = 9a - 5$

$3 = 9a$

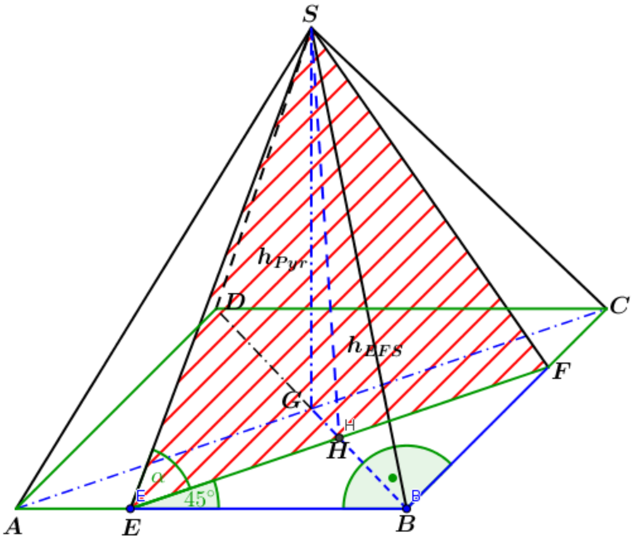
$a = \frac{1}{3}$

$y = \frac{1}{3}x^2 - 5$

Lösung B2b/2021

Lösungslogik

Fläche des Dreiecks EFS:
Die Grundseite des gleichschenkligen Dreiecks ist gegeben. Wir benötigen lediglich noch die Höhe h_{EFS}. Diese kann über den $\tan(\alpha)$ errechnet werden.



Volumen der Pyramide:
Zur Berechnung des Volumens benötigen wir die Höhe der Pyramide h_{Pyr}. Nachdem wir ja h_{EFS} kennen, benötigen wir noch die Strecke $\overline{GH}$, um über den Satz des Pythagoras die Höhe h_{Pyr} berechnen zu können.
Für $\overline{GH}$ benötigen wir zunächst die halbe Diagonale $\overline{GH}$ des Quadrates. Subtrahieren wir von $\overline{GH}$ die Strecke $\overline{HB}$, erhalten wir $\overline{GH}$.
$\overline{HB}$ ist jedoch die Höhe des gleichschenkligen Dreiecks EBF. Diese Höhe lässt sich über den $tan\,(45\,°)$ errechnen.

Klausuraufschrieb

Fläche des Dreiecks EFS:

$A_{EFS} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EF} \cdot h_{EFS}$

h_{EFS}: $\quad tan\,(\alpha) = \frac{h_{EFS}}{\overline{EH}} \qquad | \cdot \overline{EH}$

$\qquad h_{EFS} = \overline{EH} \cdot tan(\alpha) = 6{,}3 \cdot tan(72°) = 19{,}4$

A_{EFS}: $\quad A_{EFS} = \frac{1}{2} \cdot 12{,}6 \cdot 19{,}4 = 122{,}22$

Das Dreieck EFS ist $122{,}2\ cm^2$ groß.

Volumen der Pyramide:

$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_{pyr}$

G: $\quad G = \overline{AB}^2 = 12{,}6^2 = 158{,}76$

$\overline{BD}$: $\quad \overline{BD} = \overline{AC} = \overline{AB} \cdot \sqrt{2} = 12{,}6 \cdot \sqrt{2} = 17{,}82$

$\overline{GB}$: $\quad \overline{GB} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} = 8{,}91$

$\overline{HB}$: $\quad tan(45\,°) = \frac{\overline{HB}}{\overline{EH}} \qquad | \cdot \overline{EH}$

$\qquad \overline{HB} = \overline{EH} \cdot \tan(45°) = 6{,}3 \cdot 1 = 6{,}3$

$\overline{GH}$: $\quad \overline{GH} = \overline{GB} - \overline{HB} = 8{,}91 - 6{,}3 = 2{,}61$

h_{Pyr}: $\quad h_{Pyr} = \sqrt{h_{EFS}^2 - \overline{GH}^2} \qquad |$ Satz des Pythagoras

$\qquad h_{Pyr} = \sqrt{19{,}4^2 - 2{,}61^2} = 19{,}22$

V_{Pyr}: $\quad V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 158{,}76 \cdot 19{,}22 = 1017{,}1$

Das Volumen der Pyramide beträgt etwa $1017\ cm^3$.

Lösung W3a/2021

<u>Lösungslogik</u>

Erwartungswert:
Aufstellen der Wahrscheinlichkeiten für die Läufer- Radfahrer- und Fußballkarten.
Gleichzeitiges Ziehen von zwei Karten entspricht Ziehen von zwei Karten hintereinander ohne Zurücklegen.
Berechnung des Erwartungswertes über eine Tabelle.

Neuer Gewinnplan:
Berechnung des Erwartungswertes für geänderten Gewinnplan über eine Tabelle.

<u>Klausuraufschrieb</u>

Erwartungswert

$P\left(\text{🏃}\right)=\frac{2}{10};\quad P\left(\text{🚴}\right)=\frac{3}{10};\quad P\left(\text{⚽}\right)=\frac{1}{10}$ jeweils nur im ersten Zug.

$$P\left(zweimal\ \text{🏃}\right)=\frac{2}{10}\cdot\frac{1}{9}=\frac{2}{90}$$

$$P\left(\text{🏃}\ und\ \text{⚽}\right)=P\left(\left(\text{🏃}\ und\ \text{⚽}\right);\left(\text{⚽}\ und\ \text{🏃}\right)\right)=2\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{1}{9}=\frac{4}{90}$$

$$P\left(\text{🚴}\ und\ \text{⚽}\right)=P\left(\left(\text{🚴}\ und\ \text{⚽}\right);\left(\text{⚽}\ und\ \text{🚴}\right)\right)=2\cdot\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{9}=\frac{6}{90}$$

<u>Gewinnplan</u>

	$P\left(zweimal\ \text{🏃}\right)$	$P\left(\text{🏃}\ und\ \text{⚽}\right)$	$P\left(\text{🚴}\ und\ \text{⚽}\right)$
Gewinn/Einsatz (X_i)	$9{,}00$ €	$6{,}00$ €	$3{,}00$ €
$p(X_i)$	$\frac{2}{90}$	$\frac{4}{90}$	$\frac{6}{90}$
$X_i\cdot p(X_i)$	$0{,}20$ €	$0{,}27$ €	$0{,}20$ €
EX	$0{,}20\text{ €}+0{,}27\text{ €}+0{,}20\text{ €}-1{,}00=-0{,}33\text{ €}$		

Der Spielebetreiber kann auf lange Sicht gesehen mit einer Einnahme von $0{,}33$ € *pro Spiel rechnen.*

Neuer Gewinnplan:

	$P(\text{zweimal})$	$P(\text{und})$	$P(\text{und})$
Gewinn/Einsatz (X_i)	$9{,}00\,€$	$a\,€$	$3{,}00\,€$
$p(X_i)$	$\frac{2}{90}$	$\frac{4}{90}$	$\frac{6}{90}$
$X_i \cdot p(X_i)$	$0{,}20\,€$	$\frac{4}{90}a\,€$	$0{,}20\,€$
EX	$0{,}20\,€ + \frac{4}{90}a\,€ + 0{,}20\,€ - 1{,}00 = -0{,}50\,€$		

$0{,}20\,€ + \frac{4}{90}a\,€ + 0{,}20\,€ - 1{,}00 = -0{,}50\,€$

$\frac{4}{90}a\,€ - 0{,}60\,€ = -0{,}50\,€ \quad | \quad +0{,}60\,€$

$\frac{4}{90}a\,€ = 0{,}10\,€ \quad | \quad \cdot 90;\ :4$

$a = 2{,}25\,€$

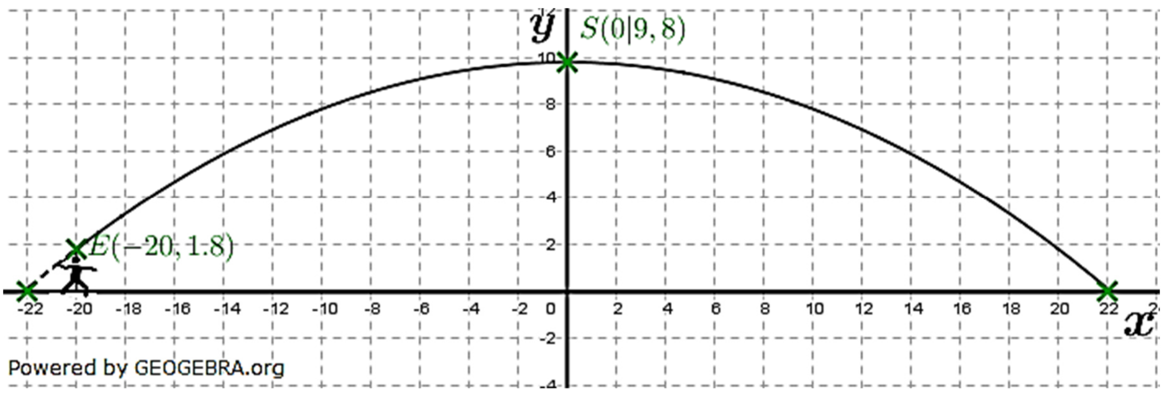
Der Gewinn für und muss $2{,}25\,€$ betragen, damit der Veranstalter auf lange Sicht gesehen pro Spiel $0{,}50\,€$ verdient.

Lösung B3b/2021

<u>Lösungslogik</u>

Parabelgleichung p:

Wir überlegen uns, wohin wir die y-Achse legen. Um eine einfache Parabelgleichung zu erhalten, legen wir die y-Achse durch den Scheitelpunkt (höchste Stelle).



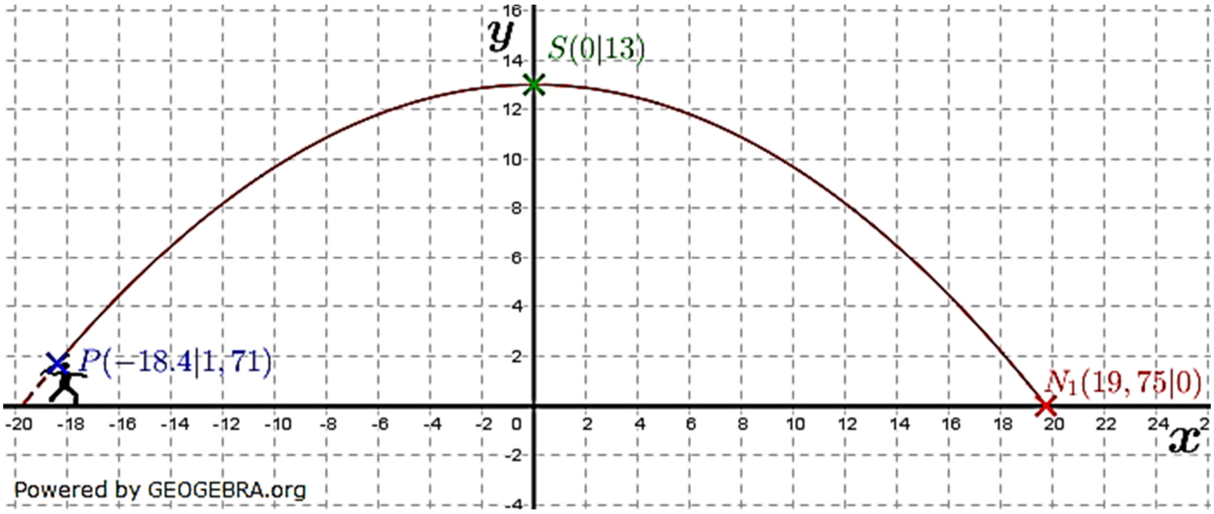
Die Parabelgleichung hat jetzt die Form $y = ax^2 + 9{,}8$

Über eine Punktprobe mit $E(-20|1{,}8)$ lässt sich dann a ermitteln.

Wurfweite Speer:

Wir berechnen die rechte Nullstelle N_1. Die Wurfweite ist dann die Strecke $\overline{EN_1}$

Abwurfhöhe für $y = -\frac{1}{30}x^2 + 13$
Wir benötigen zunächst die rechte Nullstelle.



Aus der Wurfweitenangabe von $38{,}15\,m$ lässt sich der Abwurfstelle ermitteln. Von dieser Stelle benötigen wir dann den y-Wert.

<u>Klausuraufschrieb</u>
Parabelgleichung p*:*

p_1: Wir legen die y-Achse durch den höchsten Punkt $y_s = 9{,}8$. Die Parabelgleichung hat damit die Form $y = ax^2 + 9{,}8$.

$1{,}8 = a \cdot (-20)^2 + 9{,}8$	|	Punktprobe mit Abwurfstelle $E(-20\|1{,}8)$
$1{,}8 = 400a + 9{,}8$	|	$-9{,}8$
$-8 = 400a$	|	$:400$
$a = -\frac{1}{50}$		

Die Parabel hat die Gleichung $y = -\frac{1}{50}x^2 + 9{,}8$*.*

Wurfweite d *Speer:*
Die Wurfweite d setzt sich zusammen aus den $20\,m$ von der Abwurfstelle bis zur Scheitelstelle zuzüglich der Entfernung von der Scheitelstelle bis zur rechten Nullstelle N_1.

d: $d = 20 + \overline{ON_1}$

$-\frac{1}{50}x^2 + 9{,}8 = 0$	|	Nullstellen berechnen
$\frac{1}{50}x^2 = 9{,}8$	|	$\cdot 50$
$x^2 = 490$	|	$\sqrt{}$
$x_{1,2} = \pm 22{,}14$		
$d = 20 + 22{,}14 = 42{,}14$		

Die Wurfweite des Speers beträgt $42{,}14\,m$*.*

Abwurfhöhe h für $y=-\frac{1}{30}x^2+13$

Gesucht ist der y-Wert einer Abwurfstelle x_E. Die Wurfweite d beträgt $38{,}15\ m$

d: $d=|x_E|+\overline{ON_1}$

$|x_E|=d-\overline{ON_1}=38{,}15-\overline{ON_1}$

Berechnung der Nullstellen:

$-\frac{1}{30}x^2+13=0$

$\frac{1}{30}x^2=13$

$x^2=390$

$x_{1,2}=\pm 19{,}75$ ➔ $\overline{ON_1}=19{,}75$

$|x_E|=38{,}15-19{,}75=18{,}4$

$x_E=-18{,}4$

$y_E=-\frac{1}{30}\cdot(-18{,}4)^2+16=1{,}71$

Die Abwurfhöhe beträgt $1{,}71\ m$.

Lösung B4a/2021

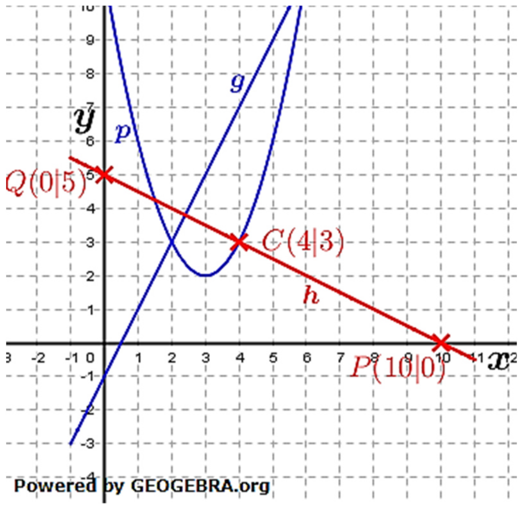
Lösungslogik

Gerade g:

Aufstellung der Geradengleichung über $y=mx+b$ durch zwei Punkte.

Parabel p:

Aufstellung der Parabelgleichung über $y=x^2+bx+c$ durch zwei Punkte.



y-Koordinate Punkt C:

Wir setzen in der Funktionsgleichung von p x auf den Wert 4 und berechnen darüber die y_C-Koordinate.

Geradengleichung $h\perp g$ durch C:

Wir setzen in die Geradengleichung $y=m_hx+b$ die Steigung m_h auf $-\frac{1}{m_g}$ (Orthogonalitätsbedingung).Anschließend machen wir eine Punktprobe mit C zur Berechnung des Parameters b.

Schnittpunkte von h mit den Koordinatenachsen:

Für den Schnittpunkt P setzen wir y auf Null.

Für den Schnittpunkt Q setzen wir x auf Null.

Klausuraufschrieb

Gerade g:

$y=mx+b$

$m=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{3-11}{2-6}=2$

$y=2x+b$

$3=2\cdot 2+b$ | Punktprobe mit $A(2|3)$

$-1=b$

$y=2x-1$

Parabel p:

$y = x^2 + bx + c$

(i)	$3 = 2^2 + 2b + c$	|	Punktprobe mit $A(2\|3)$
(ii)	$11 = 6^2 + 6b + c$	|	Punktprobe mit $B(6\|11)$
(ii)-(i)	$8 = 32 + 4b$	|	-32
	$4b = -24$	|	$:4$
	$b = -6$		

$b \rightarrow (i)$

(i) $3 = 4 - 2 \cdot 6 + c$

$7 = c$

$y = x^2 - 6x + 11$

y-Koordinate Punkt $C(4|y_C)$:

$y_C = 4^2 - 6 \cdot 4 + 11 = 3$

$C(4|3)$

Geradengleichung $h \perp g$ durch C:

h: $y = m_h x + b$

$m_h = -\frac{1}{m_g}$ | Orthogonalitätsbedingung

$y = -\frac{1}{m_g} x + b$

$y = -\frac{1}{2} x + b$

$3 = -\frac{1}{2} \cdot 4 + b$ | Punktprobe mit $C(4|3)$

$b = 5$

$y = -\frac{1}{2} x + 5$

Schnittpunkte von h mit den Koordinatenachsen:

Schnittpunkt P mit $y = 0$

$-\frac{1}{2} x + 5 = 0$

$\frac{1}{2} x = 5$

$x = 10 \;\Rightarrow\; P(10|0)$

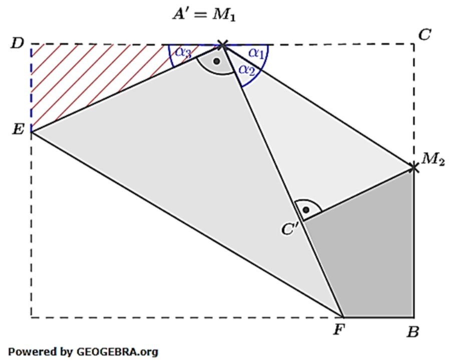
Schnittpunkt Q mit $x = 0$

$y = -\frac{1}{2} \cdot 0 + 5$

$y = 5 \;\Rightarrow\; Q(0|5)$

Lösung B4b/2021

Lösungslogik



Flächeninhalt des Dreiecks EM_1D:

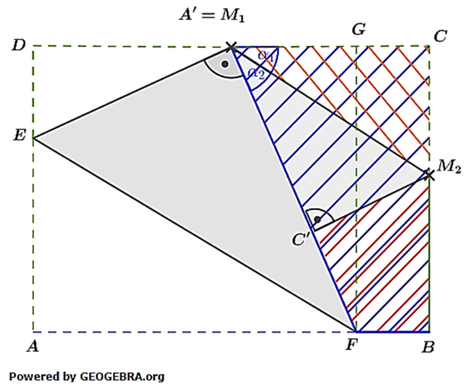
$A_{EM_1D} = \frac{1}{2} \cdot \overline{ED} \cdot \overline{DM_1}$

Zur Bestimmung von müssen wir zunächst die Winkel α_1, α_2 und α_3 berechnen.

α_1 berechnet sich über $\tan(\alpha_1) = \frac{\overline{CM_2}}{\overline{CM_1}}$.

$\alpha_2 = \alpha_1$, α_3 ist Ergänzungswinkel zu $90\,°$ von $\alpha_1 + \alpha_2 = 2 \cdot \alpha_1$.

$\overline{ED}$ errechnet sich nun über den $\tan(\alpha_3) = \frac{\overline{ED}}{\overline{DM_1}}$.



Flächeninhalt des Vierecks FBM_2C':

Wir bestimmen zunächst die Länge von $\overline{M_1F}$ über $\sin(2 \cdot \alpha_1) = \frac{\overline{FG}}{\overline{M_1F}}$ mit $\overline{FG} = \overline{BC} = 21\,cm$.

Wegen $\overline{M_1F} = \overline{AF}$ ist $\overline{FB} = \overline{AB} - \overline{M_1F}$.

Jetzt berechnen wir die Fläche des Trapezes $FBCM_1$ über $A_{FBCM_1} = \frac{\overline{FB} + \overline{M_1C}}{2} \cdot \overline{BC}$.

Von dieser Fläche müssen wir zweimal den Flächeninhalt des Dreieck M_1M_2C subtrahieren und erhalten damit den Flächeninhalt des Vierecks FBM_2C'.

Klausuraufschrieb

Flächeninhalt des Dreiecks EM_1D:

$A_{EM_1D} = \frac{1}{2} \cdot \overline{ED} \cdot \overline{DM_1}$

α_1: $\quad \tan(\alpha_1) = \frac{\overline{CM_2}}{\overline{CM_1}} = \frac{\frac{21{,}0}{2}}{\frac{29{,}7}{2}} = \frac{21{,}0}{29{,}7}$

$\quad \alpha_1 = \tan^{-1}\frac{21{,}0}{29{,}7} = 35{,}26\,°$

α_2: $\quad \alpha_2 = \alpha_1 = 35{,}26\,°$

α_3: $\quad \alpha_3 = 90\,° - \alpha_1 - \alpha_2 = 90\,° - 2 \cdot 35{,}26\,° = 19{,}48\,°$

$\overline{ED}$: $\quad \tan(\alpha_3) = \frac{\overline{ED}}{\overline{DM_1}}$

$\quad \overline{ED} = \overline{DM_1} \cdot \tan(\alpha_3)$

$\quad \overline{ED} = \frac{29{,}7}{2} \cdot \tan(19{,}48\,°) = 5{,}25$

A_{EM_1D}: $\quad A_{EM_1D} = \frac{1}{2} \cdot 5{,}25 \cdot \frac{29{,}7}{2} = 38{,}98$

Das Dreiecks EM_1D hat eine Flächeninhalt von $39\,cm^2$.

Flächeninhalt des Vierecks FBM_2C':

$\overline{M_1F}$: $\quad \sin(2 \cdot \alpha_1) = \frac{\overline{FG}}{\overline{M_1F}}$ mit $\overline{FG} = \overline{BC} = 21{,}0\,cm$

$\quad \overline{M_1F} = \frac{\overline{FG}}{\sin(2 \cdot \alpha_1)} = \frac{21{,}0}{\sin(2 \cdot 35{,}26\,°)} = 22{,}28\,cm$

$\overline{FB}$: $\quad \overline{FG} = \overline{AB} - \overline{M_1F} = 29{,}7 - 22{,}28 = 7{,}42$

Fläche des Trapezes $FBCM_1$:

A_{FBCM_1}: $\quad A_{FBCM_1} = \frac{\overline{FB} + \overline{M_1C}}{2} \cdot \overline{BC}$

$\quad A_{FBCM_1} = \frac{7{,}42 + \frac{29{,}7}{2}}{2} \cdot 21{,}0 = 233{,}835$

Fläche des Dreiecks M_1M_2C:

$A_{M_1M_2C}$: $A_{M_1M_2C} = \frac{1}{2} \cdot \overline{M_1C} \cdot \overline{M_2C}$

$A_{M_1M_2C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{29{,}7}{2} \cdot \frac{21}{2} = 77{,}9625$

$A_{FBM_2C'}$: $A_{FBM_2C'} = A_{FBCM_1} - 2 \cdot A_{M_1M_2C}$

$A_{FBM_2C'} = 233{,}835 - 2 \cdot 77{,}9625 = 77{,}91$

Das Viereck FBM_2C' ist $77{,}9\ cm^2$ groß.