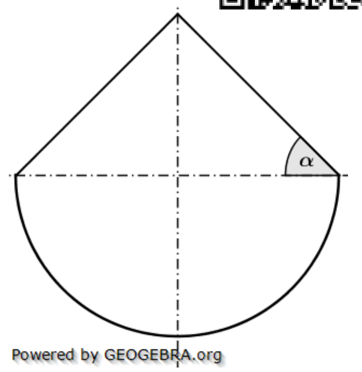
*Realschulabschluss Zusammengesetzte Körper (Pflichtteil) 2003-2009*
*7 Aufgaben im Dokument*

## Aufgabe P1/2003

Ein Körper besteht aus einer Halbkugel und einem aufgesetzten Kegel mit $\alpha = 45°$ (siehe Achsenschnitt).
Das Volumen der Halbkugel beträgt $204\ cm^3$.
Berechnen Sie die Oberfläche des Körpers.

Lösung: $O = 227{,}0\ cm^2$




## Aufgabe P6/2004

Eine Kugel und ein Zylinder werden miteinander verglichen.
- die Kugel hat das Volumen $268\ cm^3$.
- der Radius der Kugel und der Grundkreisradius des Zylinders sind gleich lang.
- die Oberfläche der Kugel und die Mantelfläche des Zylinders sind gleich groß.

Berechnen Sie die Differenz der beiden Rauminhalte.

Lösung: $V_{Diff} = 134\ cm^3$

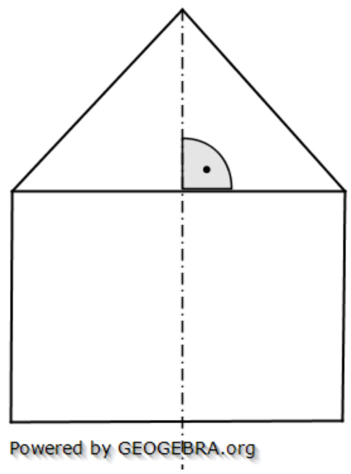
## Aufgabe P2/2005

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Zylinder mit aufgesetztem Kegel.
Für den Körper gilt:

$V_{Ke} = 115\ cm^3$ (Volumen).
$h_{Ke} = 9\ cm$ (Höhe).

Die Höhe des Zylinders ist gleich lang wie die Mantellinie des Kegels.
Berechnen Sie die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers.

Lösung: $O = 355{,}7\ cm^2$

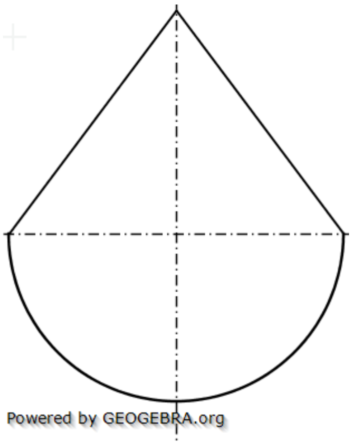


*Realschulabschluss Zusammengesetzte Körper (Pflichtteil) 2003-2009*

## Aufgabe P3/2006

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Kegel und einer Halbkugel. Er hat die Oberfläche $O_{ges} = 149\ cm^2$.
Das Volumen der Halbkugel beträgt $V_{HK} = 97{,}7\ cm^3$.
Wie groß ist die Höhe des Kegels?

Lösung: $h_K = 4{,}8\ cm$




## Aufgabe P4/2006

Für ein regelmäßiges fünfseitiges Prisma gilt:

$M = 100\ cm^2$ (Mantelfläche).
$h = 8\ cm$ (Körperhöhe).

Berechnen Sie das Volumen des Prismas.

Lösung: $V = 86\ cm^3$

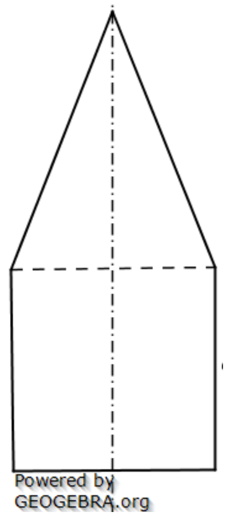
## Aufgabe P4/2008

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Zylinder und einem Kegel.
Der Achsenschnitt des Zylinders ist ein Quadrat.
Es gilt:

$A_{Ges} = 67{,}0\ cm^2$.(Flächeninhalt der nebenstehenden Achsenschnittfläche)
$a = 6{,}2\ cm$

Berechnen Sie die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers.

Lösung: $O = 245{,}6\ cm^2$



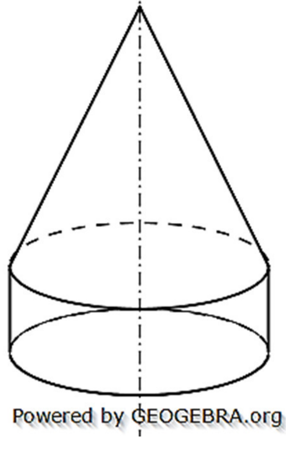

## Aufgabe P3/2009

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Zylinder und einem Kegel.
Es gilt:

$V_K = 223\ cm^3$ (Volumen des Kegels)
$h_K = 8{,}5\ cm$ (Höhe des Kegels)
$O_{Ges} = 344\ cm^2$ (Oberfläche des zusammengesetzten Körpers)

Berechnen Sie die Höhe des Zylinders.

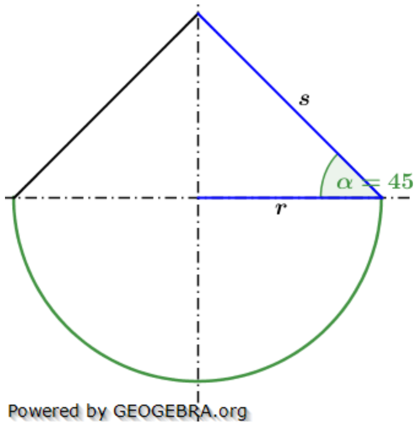
Lösung: $h_{Zyl} = 3{,}5\ cm$



# Lösung P1/2003

## Lösungslogik

Berechnung von $r$ über das gegebene Volumen der Halbkugel.
Berechnung von $s$ über den $cos 45°$.
Berechnung von $M_{Kegel}$.
Berechnung von $O_{Halbkugel}$.
Berechnung der Oberfläche des Körpers.




## Klausuraufschrieb

$r$: $V_{HK} = \frac{2\cdot\pi\cdot r^3}{3}$ | $\cdot 3;\ :(2\pi);\ \sqrt[3]{\ }$

$r = \sqrt[3]{\frac{3\cdot V_{HK}}{2\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3\cdot 204}{2\pi}} = 4{,}60$

$s$: $cos\alpha = \frac{r}{s}$ | $\cdot s;\ :cos\alpha$

$s = \frac{r}{cos\alpha} = \frac{4{,}60}{cos 45°} = 6{,}50$

$M_{Kegel}$: $M_{Kegel} = \pi\cdot r\cdot s = \pi\cdot 4{,}6\cdot 6{,}50 = 93{,}93$

$O_{HK}$: $O_{HK} = 2\pi\cdot r^2 = 2\pi\cdot 4,6^2 = 132{,}95$

$O_{Körper}$: $O_{Körper} = O_{HK} + M_{Kegel} = 132{,}95 + 93{,}93 = 226{,}88$

*Die Oberfläche des Körpers beträgt* $227\ cm^2$.

# Lösung P6/2004

## Lösungslogik

Berechnung von $r$ über das gegebene Volumen der Kugel.
Berechnung der Oberfläche der Kugel.
Berechnung der Höhe des Zylinders.
Berechnung von $O_{Halbkugel}$.
Berechnung des Volumens des Zylinders.
Berechnung der Volumendifferenz.

## Klausuraufschrieb

$r$: $V_{Kug} = \frac{4\cdot\pi\cdot r^3}{3}$ | $\cdot 3;\ :(4\pi);\ \sqrt[3]{\ }$

$r = \sqrt[3]{\frac{3\cdot V_{Kug}}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3\cdot 268}{4\pi}} = 4{,}0$

$O_{Kug}$: $O_{Kug} = 4\pi\cdot r^2 = 4\pi\cdot 4,0^2 = 201{,}06$

$h_{Zyl}$: $M_{Zyl} = O_{Kug} = 2\pi r h_{Zyl}$ $\quad :(2\pi r)$

$h_{Zyl} = \frac{O_{Kug}}{2\cdot\pi\cdot r} = \frac{201{,}06}{2\cdot\pi\cdot 4} = 8{,}0$

$V_{Zyl}$: $V_{Zyl} = \pi r^2 h = \pi\cdot 4,0^2\cdot 8{,}0 = 402{,}12$

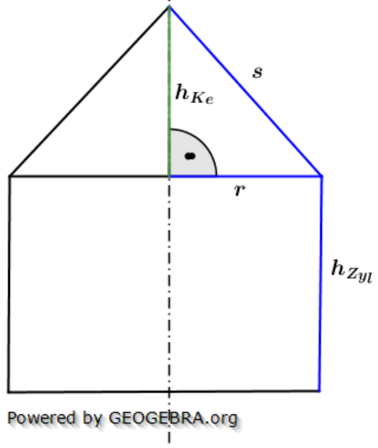
$V_{Diff}$: $V_{Diff} = 402{,}12 - 268 = 134{,}12$

*Die beiden Körper unterscheiden sich um* $134\ cm^3$.

# Lösung P2/2005

## Lösungslogik

Berechnung von $r$ über das gegebene Volumen der Kegels.
Berechnung von $s$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $M_{Kegel}$.
Berechnung von $M_{Zyl}$.
Berechnung der Grundfläche $G$.
Berechnung von $O_{Ges}$.




## Klausuraufschrieb

$r$: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h_{Keg}$ | $\cdot 3;\ :(\pi \cdot h_{Keg});\ \sqrt{\ }$

$r = \sqrt{\frac{3 \cdot V_{Keg}}{\pi \cdot h_{Keg}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 115}{\pi \cdot 9}} = 3{,}49$

$s$: $s = \sqrt{h_{Keg}^2 + r^2} = \sqrt{9^2 + 3{,}49^2}$ | Satz des Pythagoras

$s = \sqrt{93{,}1801} = 9{,}65$

$M_{Keg}$: $M_{Keg} = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot 3{,}49 \cdot 9{,}65 = 105{,}80$

$M_{Zyl}$: $M_{Zyl} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot r \cdot s = 2\pi \cdot 3{,}49 \cdot 9{,}65 = 211{,}61$

$G$: $G = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3{,}49^2 = 38{,}26$

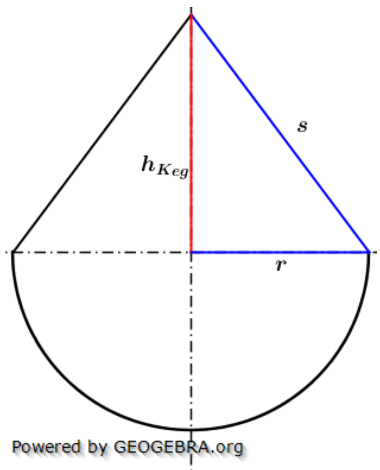
$O_{Ges}$: $O_{Ges} = M_{Keg} + M_{Zyl} + g = 105{,}80 + 211{,}61 + 38{,}26 = 355{,}67$

*Die Oberfläche des Körpers beträgt* $355{,}7\ cm^2$.

# Lösung P3/2006

## Lösungslogik

Berechnung von $r$ über das gegebene Volumen der Halbkugel.
Berechnung der Oberfläche $O_{HK}$ der Halbkugel.
Berechnung von $M_{Keg}$.aus der Differenz von $O_{Ges}$ und $O_{HK}$.
Berechnung von $s$ aus der Mantelfläche des Kegels.
Berechnung von $h_{Keg}$ über den Satz des Pythagoras.




## Klausuraufschrieb

$r$: $V_{HK} = \frac{2}{3}\pi r^3$ | $\cdot 3;\ :(2\pi);\ \sqrt[3]{\ }$

$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V_{HK}}{2\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 97{,}7}{2\pi}} = 3{,}6$

$O_{HK}$: $O_{HK} = 2\pi r^2 = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}6^2 = 81{,}43$

$M_{Keg}$: $M_{Keg} = O_{Ges} - O_{HK} = 149 - 81{,}43 = 67{,}57$

$s$: $M_{Keg} = \pi \cdot r \cdot s$ | $:(\pi \cdot r)$

$s = \frac{M_{Keg}}{\pi \cdot r} = \frac{67{,}57}{\pi \cdot 3{,}6} = 5{,}97$

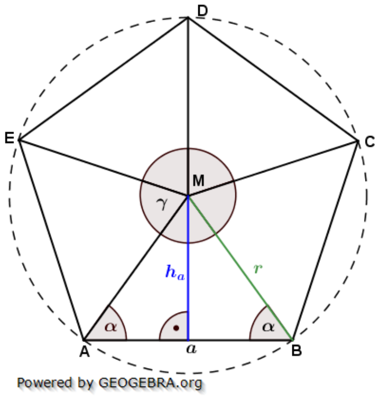
$h_{Keg}$: $h_{Keg} = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{5{,}97^2 - 3{,}6^2}$ | Satz des Pythagoras

$h_{Keg} = \sqrt{22{,}6809} = 4{,}76$

*Die Höhe des Kegels beträgt* $4{,}8\ cm$.

# Lösung P4/2006

## Lösungslogik




Berechnung von $u$ des Fünfecks über den gegebenen Mantel und die Höhe des Prismas.
Berechnung von $a$.
Berechnung von $\gamma$ und $\alpha$.
Berechnung von $h_a$ über den $tan\alpha$.
Berechnung von $A_{5-Eck}$.
Berechnung des Volumens des Prismas.

## Klausuraufschrieb

$u$: $M_{Prisma} = u \cdot h \quad | \quad : h$

$u = \frac{M_{Prisma}}{h} = \frac{100}{8} = 12{,}5$

$a$: $a = \frac{u}{5} = \frac{12{,}5}{5} = 2{,}5$

$\gamma$: $\gamma = \frac{360°}{5} = 72°$

$\alpha$: $\alpha = \frac{180° - \gamma}{2} = \frac{180° - 72°}{2} = 54°$

$h_a$: $tan\alpha = \frac{h_a}{\frac{a}{2}} \quad | \quad \cdot \frac{a}{2}$

$h_a = \frac{a}{2} \cdot tan\alpha = 1{,}25 \cdot tan54° = 1{,}72$

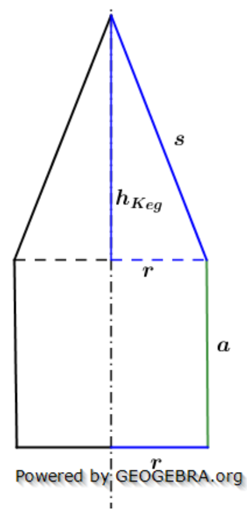
$A_{5-Eck}$ $A_{5-Eck} = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 1{,}72 = 10{,}75$

$V_{Prisma}$: $V_{Prisma} = A_{5-Eck} \cdot h = 10{,}75 \cdot 8 = 86$

*Das Prisma hat ein Volumen von* $86\ cm^3$*.*

# Lösung P4/2008

## Lösungslogik




Berechnung von $r$.
Berechnung der Quadratfläche.
Berechnung der Dreiecksfläche aus der Differenz von $A_{Ges}$ und der Quadratfläche.
Berechnung von $h_{Keg}$ über die Flächenformel für das Dreieck.
Berechnung von $s$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Mantels $M_{Zyl}$ des Zylinders.
Berechnung des Mantels $M_{Keg}$ des Kegels.
Berechnung der kreisförmigen Grundfläche.
Berechnung von $O_{Ges}$.

## Klausuraufschrieb

$r$: $r = 0{,}5 \cdot a = 0{,}5 \cdot 6{,}2 = 3{,}1$

$A_Q$: $A_Q = a^2 = 6{,}2^2 = 38{,}44$

$A_{3-Eck}$: $A_{3-Eck} = A_{Ges} - A_Q = 67 - 38{,}44 = 28{,}56$

$h_{Keg}$: $A_{3-Eck} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_{Keg} \quad | \quad \cdot 2;\ : a$

$h_{Keg} = \frac{2 \cdot A_{3-Eck}}{a} = \frac{2 \cdot 28{,}56}{6{,}2} = 9{,}21$

$s$: $s = \sqrt{r^2 + h_{Keg}^2} = \sqrt{3{,}1^2 + 9{,}21^2} \quad | \quad$ Satz des Pythagoras

$s = \sqrt{94{,}4341} = 9{,}72$

$M_{Zyl}$: $M_{Zyl} = 2\pi r \cdot h_{Zyl} = 2\pi \cdot 3{,}1 \cdot 6{,}2 = 120{,}76$

$M_{Keg}$: $M_{Keg} = \pi rs = \pi \cdot 3{,}1 \cdot 9{,}72 = 94{,}66$

$A_{Kreis}$: $A_{Kreis} = \pi r^2 = \pi \cdot 3{,}1^2 = 30{,}19$

$O_{Ges}$: $O_{Ges} = M_{Zyl} + M_{Keg} + A_{Kreis} = 120{,}76 + 94{,}66 + 30{,}19 = 245{,}61$

*Die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers beträgt* $245{,}6\ cm^2$.

# Lösung P3/2009

Lösungslogik

Berechnung von $r$ über das gegebene Volumen des Kegels und dessen Höhe.
Berechnung der Seitenkante $s$ des Kegels über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Mantelfläche $M_{Keg}$ des Kegels.
Berechnung der Restoberfläche $O_{Rest}$ für den Zylinder aus der Differenz von $O_{Ges}$ und $M_{Keg}$.
Berechnung der Fläche $A_{Kreis}$ des Grundkreises.
Berechnung der Mantelfläche $M_{Zyl}$ des Zylinders aus der Differenz von $O_{Rest}$ und $M_{Kreis}$.
Berechnung der Höhe $h_{Zyl}$ des Zylinders über dessen Mantelfläche $M_{Zyl}$.

Klausuraufschrieb

$r$: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h_{Keg}$ | $\cdot 3;\ : (\pi \cdot h_{Keg});\ \sqrt{\ }$

$r = \sqrt{\frac{3 \cdot V_{Keg}}{\pi \cdot h_{Keg}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 223}{\pi \cdot 8{,}5}} = 5{,}0$

$s$: $s = \sqrt{r^2 + h_{Keg}^2} = \sqrt{5^2 + 8{,}5^2}$ | Satz des Pythagoras

$s = \sqrt{97{,}25} = 9{,}86$

$M_{Keg}$: $M_{Keg} = \pi rs = \pi \cdot 5 \cdot 9{,}86 = 154{,}88$

$O_{Rest}$: $O_{Rest} = O_{Ges} - M_{Keg} = 344 - 154{,}88 = 189{,}12$

$A_{Kreis}$: $A_{Kreis} = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 78{,}54$

$M_{Zyl}$: $M_{Zyl} = O_{Rest} - A_{Kresi} = 189{,}12 - 78{,}54 = 110{,}58$

$h_{Zyl}$: $M_{Zyl} = 2\pi r h_{Zyl}$ | $: (2\pi \cdot r)$

$h_{Zyl} = \frac{M_{Zyl}}{2\pi \cdot r} = \frac{110{,}58}{2\pi \cdot 5} = 3{,}52$

*Die Höhe des Zylinders beträgt* $3{,}5\ cm$.