

Aufgabenblatt Ableitungen

zur Produkt- und Quotientenregel

Level 1 – Grundlagen – Blatt 2

Dokument mit 24 Aufgaben

Aufgabe A1

Bilde die 1. Ableitung der gegebenen Funktionsgleichungen $f_n(x)$ mit Hilfe der Produktregel.



$f_1(x) = (3x - 2) \cdot (x^2 - 1)$	$f_1'(x) =$
$f_2(x) = (3 - x^2) \cdot (x^2 - 2)$	$f_2'(x) =$
$f_3(x) = (x - 1)^2 \cdot (x + 1)^2$	$f_3'(x) =$
$f_4(x) = (2x^3 - 2x) \cdot \frac{1}{x}$	$f_4'(x) =$
$f_5(x) = (5x^2 - 3) \cdot (-x^2)$	$f_5'(x) =$
$f_6(x) = (x^2 - 3x) \cdot 4x^3$	$f_6'(x) =$
$f_7(x) = (x - 20)^5 \cdot (x + 10)^{-2}$	$f_7'(x) =$
$f_8(x) = (x^2 - x + 2) \cdot \sin(t)$	$f_8'(x) =$
$f_9(x) = (3x^3 + 4) \cdot \frac{1}{x^2}$	$f_9'(x) =$

Aufgabe A2

Ordne den gegebenen Ableitungsfunktionen $f_n'(x)$ ihre ursprüngliche Ausgangsfunktion $f_n(x)$ zu.

$f_1'(x) = \frac{1}{4}(x - 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (x + 1)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{4}(x + 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (x - 1)^{\frac{1}{2}}$	$f_{10}(x) = (4x^2 - 3x) \cdot x$
$f_2'(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$	$f_{11}(x) = (x^2 - 2x) \cdot \sin(x + 2)$
$f_3'(x) = -\pi \sin(x - 3) \cdot (x^2 - 2) + 2\pi x \cdot \cos(x - 3)$	$f_{12}(x) = (5x^3 + x^2 - 4) \cdot \frac{1}{x}$
$f_4'(x) = 3 \cdot (4 - 3x)^{-2} + 3 \cdot (4 - 3x)^{-1}$	$f_{13}(x) = (5x^4 - 4x^3) \cdot \frac{a}{x^2}$
$f_5'(x) = -5x^4 \cdot (x + 3)^2 - 2x^5 \cdot (x + 3)$	$f_{14}(x) = -x^5 \cdot (x + 3)^2$
$f_6'(x) = (20x^3 - 12x^2) \cdot \frac{a}{x^2} - 2(5x^4 - 4x^3) \cdot \frac{a}{x^3}$	$f_{15}(x) = (4 - 3x)^{-1} \cdot (3x - 4)$
$f_7'(x) = (15x^2 + 2x) \cdot \frac{1}{x} - (5x^3 + x^2 - 4) \cdot \frac{1}{x^2}$	$f_{16}(x) = \pi \cos(x - 3) \cdot (x^2 - 2)$
$f_8'(x) = (2x - 2) \cdot \sin(x + 2) + (x^2 - 2x) \cdot \cos(x + 2)$	$f_{17}(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$
$f_9'(x) = (8x - 3) \cdot x + (4x^2 - 3x)$	$f_{18}(x) = 0,5 \cdot (x - 1)^{\frac{1}{2}} \cdot (x + 1)^{\frac{1}{2}}$

Aufgabenblatt Ableitungen

zur Produkt- und Quotientenregel

Level 1 – Grundlagen – Blatt 2

Aufgabe A3

Bilde die 1. und 2. Ableitung der gegebenen Funktionsgleichungen mit Hilfe der Produktregel. Beachte, dass du in manchen Fällen auch die Kettenregel benötigst.

Vereinfache die 1. Ableitung bevor du die 2. Ableitung bildest.

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| a) $f(x) = 2x^3 \cdot 4x^2$ | b) $f(x) = x^3 \cdot (2x^2 - 4)$ |
| c) $f(x) = 2(x^3 - x)(x^2 + x)$ | d) $f(x) = (x - 1)(x - k)^2$ |
| e) $f(x) = 2ax(x - a)^2$ | f) $f(x) = 2x \cdot (x^2 + 2)$ |

Aufgabenblatt Ableitungen

Lösungen

Level 1 – Grundlagen – Blatt 2

Lösung A1

$f_1(x) = (3x - 2) \cdot (x^2 - 1)$	$f_1'(x) = x \cdot (x^2 - 1) + 2x \cdot (3x - 2)$
$f_2(x) = (3 - x^2) \cdot (x^2 - 2)$	$f_2'(x) = -2x \cdot (x^2 - 2) + 2x \cdot (3 - x^2)$
$f_3(x) = (x - 1)^2 \cdot (x + 1)^2$	$f_3'(x) = 2(x - 1) \cdot (x + 1) + 2(x + 1) \cdot (x - 1)^2$
$f_4(x) = (2x^3 - 2x) \cdot \frac{1}{x}$	$f_4'(x) = (6x - 2) \cdot \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \cdot (2x^3 - 2x)$
$f_5(x) = (5x^2 - 3) \cdot (-x^2)$	$f_5'(x) = 10x \cdot (-x^2) - 2x \cdot (5x^2 - 3)$
$f_6(x) = (x^2 - 3x) \cdot 4x^3$	$f_6'(x) = (2x - 3) \cdot 4x^3 + 12x^2 \cdot (x^2 - 3x)$
$f_7(x) = (x - 20)^5 \cdot (x + 10)^{-2}$	$f_7'(x) = 5(x - 20)^4 \cdot (x + 10)^{-2} - 2(x + 10)^{-3} \cdot (x - 20)^5$
$f_8(x) = (x^2 - x + 2) \cdot \sin(t)$	$f_8'(x) = 2x - 1$
$f_9(x) = (3x^3 + 4) \cdot \frac{1}{x^2}$	$f_9'(x) = 9x^2 \cdot \frac{1}{x^2} - 2(3x^3 + 4) \cdot \frac{1}{x^3} = 9 - 6 - \frac{4}{x^3} = 3 - \frac{8}{x^3}$

Lösung A2

$f_1'(x) = \frac{1}{4}(x - 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (x + 1)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{4}(x + 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (x - 1)^{\frac{1}{2}}$	$f_{18}(x) = 0,5 \cdot (x - 1)^{\frac{1}{2}} \cdot (x + 1)^{\frac{1}{2}}$
$f_2'(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$	$f_{17}(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$
$f_3'(x) = -\pi \sin(x - 3) \cdot (x^2 - 2) + 2\pi x \cdot \cos(x - 3)$	$f_{16}(x) = \pi \cos(x - 3) \cdot (x^2 - 2)$
$f_4'(x) = 3 \cdot (4 - 3x)^{-2} + 3 \cdot (4 - 3x)^{-1}$	$f_{15}(x) = (4 - 3x)^{-1} \cdot (3x - 4)$
$f_5'(x) = -5x^4 \cdot (x + 3)^2 - 2x^5 \cdot (x + 3)$	$f_{14}(x) = -x^5 \cdot (x + 3)^2$
$f_6'(x) = (20x^3 - 12x^2) \cdot \frac{a}{x^2} - 2(5x^4 - 4x^3) \cdot \frac{a}{x^3}$	$f_{13}(x) = (5x^4 - 4x^3) \cdot \frac{a}{x^2}$
$f_7'(x) = (15x^2 + 2x) \cdot \frac{1}{x} - (5x^3 + x^2 - 4) \cdot \frac{1}{x^2}$	$f_{12}(x) = (5x^3 + x^2 - 4) \cdot \frac{1}{x}$
$f_8'(x) = (2x - 2) \cdot \sin(x + 2) + (x^2 - 2x) \cdot \cos(x + 2)$	$f_{11}(x) = (x^2 - 2x) \cdot \sin(x + 2)$
$f_9'(x) = (8x - 3) \cdot x + (4x^2 - 3x)$	$f_{10}(x) = (4x^2 - 3x) \cdot x$

Lösung A3

- a) $f(x) = 2x^3 \cdot 4x^2 \quad u = 2x^3 \quad u' = 6x^2 \quad v = 4x^2 \quad v' = 8x$
 $f'(x) = 6x^2 \cdot 4x^2 + 2x^3 \cdot 8x = 24x^4 + 16x^4 = 30x^4$
 $f''(x) = 120x^3$
- b) $f(x) = x^3 \cdot (2x^2 - 4) \quad u = x^3 \quad u' = 3x^2 \quad v = 2x^2 - 4 \quad v' = 4x$
 $f'(x) = 3x^2 \cdot 2x^2 + x^3 \cdot 4x = 6x^4 + 4x^4 = 10x^4$
 $f''(x) = 40x^3$
- c) $f(x) = 2(x^3 - x)(x^2 + x) \quad u = x^3 - x \quad u' = 3x^2 - 1 \quad v = x^2 + x \quad v' = 2x + 1$
 $f'(x) = 2((3x^2 - 1) \cdot (x^2 + x) + (x^3 - x) \cdot (2x + 1))$
 $= 2(3x^4 + 3x^3 - x^2 - x + 2x^4 + x^3 - 2x^2 - x)$
 $= 2(5x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 2x)$
 $f''(x) = 2(20x^3 + 12x^2 - 6x - 2)$

Differenzialrechnung

Aufgabenblatt Ableitungen zur Produkt- und Quotientenregel

Lösungen

Level 1 – Grundlagen – Blatt 2

- d) $f(x) = (x - 1)(x - k)^2 \quad u = x - 1 \quad u' = 1 \quad v = (x - k)^2 \quad v' = 2(x - k)$
 $f'(x) = (x - k)^2 + 2(x - 1) \cdot (x - k)$
 $= (x - k) \cdot (x - k + 2x - 2)$
 $= (x - k) \cdot (3x - k - 2)$
 $f''(x) = (3x - k - 2) + 3(x - k) = 3x - k - 2 + 3x - 3k$
 $= 6x - 4k - 2$
- e) $f(x) = 2ax(x - a)^2 \quad u = 2ax \quad u' = 2a \quad v = (x - a)^2 \quad v' = 2(x - a)$
 $f'(x) = 2a \cdot (x - a)^2 + 4ax \cdot (x - a)$
 $= 2ax^2 - 4a^2x + 2a^3 + 4ax^2 - 4a^2x$
 $= 6ax^2 - 8a^2x + 2a^3$
 $f''(x) = 12ax - 8a^2$
- f) $f(x) = 2x \cdot (x^2 + 2) \quad u = 2x \quad u' = 2 \quad v = x^2 + 2 \quad v' = 2x$
 $f'(x) = (x^2 + 2) + 2x \cdot 2x = x^2 + 2 + 4x^2 = 5x^2 + 2$
 $f''(x) = 10x$