

# Aufgabenblatt Ableitungen

Differenzialrechnung

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 2

Dokument mit 17 Aufgaben

## Aufgabe A1

Wende die Summen-/Differenzregel an, um die Ableitungen zu berechnen. Berücksichtige, dass du eventuell zuerst Klammern auflösen musst. Vereinfache das Ergebnis so weit wie möglich, falls möglich.



$f_1(x) = x^4 + x^{-2}$	$f_1'(x) =$
$f_2(x) = x^2 + \sqrt{x} + \frac{1}{x^3}$	$f_2'(x) =$
$f_3(x) = (3x + 5)^3$	$f_3'(x) =$
$f_4(x) = x^2(1 + \sqrt{x})$	$f_4'(x) =$
$f_5(x) = \frac{\pi}{4}(x^2 - 4x + 1)$	$f_5'(x) =$
$f_6(x) = \frac{x^3 + 8x}{8}$	$f_6'(x) =$
$f_7(x) = \frac{1}{10}x^5 - 4x^3 + 2x$	$f_7'(x) =$

## Aufgabe A2

Ordne den Funktionsgleichungen die Bezeichnungen  $f(x)$ ,  $f'(x)$ ,  $f''(x)$  und  $f'''(x)$  zu, indem du die Summen-/Differenzregel anwendest.

a)	b)	c)
$= \frac{3}{2\sqrt{x}} + x$	$= 56 \cdot x^{-9} + 90x^{-7}$	$= \sqrt[4]{x} + \sqrt[3]{x} - \sqrt{x}$
$= \frac{9}{8x^2\sqrt{x}}$	$= -504 \cdot x^{-10} - 630x^{-8}$	$= \frac{21}{64x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}} + \frac{10}{27x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2}} - \frac{3}{8x^2 \cdot \sqrt{x}}$
$= 3\sqrt{x} + \frac{1}{2}x^2$	$= -7 \cdot x^{-8} - 15x^{-6}$	$= -\frac{3}{16 \cdot x \cdot \sqrt[4]{x^3}} - \frac{2}{9 \cdot x \cdot \sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{4x \cdot \sqrt{x}}$
$= -\frac{3}{4\sqrt{x^3}} + 1$	$= x^{-7} + 3x^{-5}$	$= \frac{1}{4 \cdot \sqrt[4]{x^3}} + \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

## Aufgabe A3

Bringe die Funktionsgleichung zuerst auf die Form  $f(x) = g(x) \pm h(x) \dots \pm k(x)$ , leite sie dann nach der Summen-/Differenzregel ab und vereinfache das Ergebnis so weit wie möglich.

Funktionsgleichung	Expandierte Funktionsgleichung / Ableitung
$f_1(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 5)$	$f_1(x) =$ $f_1'(x) =$
$f_2(x) = x^2(2x - 1)(x + 4)$	$f_2(x) =$ $f_2'(x) =$
$f_3(x) = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)$	$f_3(x) =$ $f_3'(x) =$

# Aufgabenblatt Ableitungen

Differenzialrechnung

zur Summen- bzw. Differenzregel

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 2

Funktionsgleichung

Expandierte Funktionsgleichung / Ableitung

$$f_4(x) = (2x - 1)^3$$

$$f_4(x) =$$

$$f_4'(x) =$$

$$f_5(x) = x \cdot (1 - \sqrt{x})^2$$

$$f_5(x) =$$

$$f_5'(x) =$$

$$f_6(x) = (x + x^2) \cdot (3 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3})$$

$$f_6(x) =$$

$$f_6'(x) =$$

$$f_7(x) = x^{\frac{1}{2}} \cdot (2 + x^{-\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}})$$

$$f_7(x) =$$

$$f_7'(x) =$$

# Differenzialrechnung

## Aufgabenblatt Ableitungen zur Summen- bzw. Differenzregel

### Lösungen

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 2

#### Lösung A1

$f_1(x) = x^4 + x^{-2}$	$f'_1(x) = 4x^3 - 2x^{-1}$
$f_2(x) = x^2 + \sqrt{x} + \frac{1}{x^3}$	$f'_2(x) = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{x^4}$
$f_3(x) = (3x + 5)^3$	$f'_3(x) = 81x^2 + 270x + 225$
$f_4(x) = x^2(1 + \sqrt{x})$	$f'_4(x) = 2x + \frac{5}{2}x \cdot \sqrt{x}$
$f_5(x) = \frac{\pi}{4}(x^2 - 4x + 1)$	$f'_5(x) = \frac{\pi}{2}x - 4\pi$
$f_6(x) = \frac{x^3 + 8x}{8}$	$f'_6(x) = \frac{3}{8}x^2 + 1$
$f_7(x) = \frac{1}{10}x^5 - 4x^3 + 2x$	$f'_7(x) = \frac{1}{2}x^4 - 12x^2 + 2$

#### Lösung A2

a)	b)	c)
$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} + x$	$f''(x) = 56 \cdot x^{-9} + 90x^{-7}$	$f(x) = \sqrt[4]{x} + \sqrt[3]{x} - \sqrt{x}$
$f'''(x) = \frac{9}{8x^2\sqrt{x}}$	$f'''(x) = -504 \cdot x^{-10} - 630x^{-8}$	$f'''(x) = \frac{21}{64x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}} + \frac{10}{27x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2}} - \frac{3}{8x^2 \cdot \sqrt{x}}$
$f(x) = 3\sqrt{x} + \frac{1}{2}x^2$	$f'(x) = -7 \cdot x^{-8} - 15x^{-6}$	$f''(x) = -\frac{3}{16 \cdot x \cdot \sqrt[4]{x^3}} - \frac{2}{9 \cdot x \cdot \sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{4x \cdot \sqrt{x}}$
$f''(x) = -\frac{3}{4\sqrt{x^3}} + 1$	$f(x) = x^{-7} + 3x^{-5}$	$f'(x) = \frac{1}{4 \cdot \sqrt[4]{x^3}} + \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

#### Lösung A3

Funktionsgleichung	Expandierte Funktionsgleichung / Ableitung
$f_1(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 5)$	$f_1(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 10$ $f'_1(x) = 3x^2 - 8x + 3$
$f_2(x) = x^2(2x - 1)(x + 4)$	$f_2(x) = 2x^4 + 7x^3 - 4x^2$ $f'_2(x) = 8x^3 + 21x^2 - 8x$
$f_3(x) = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)$	$f_3(x) = x - 1$ $f'_3(x) = 1$
$f_4(x) = (2x - 1)^3$	$f_4(x) = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$ $f'_4(x) = 24x^2 - 24x + 6$

# Aufgabenblatt Ableitungen

Differenzialrechnung

**zur Summen- bzw. Differenzregel**

Lösungen

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 2

Funktionsgleichung

Expandierte Funktionsgleichung / Ableitung

$$f_5(x) = x \cdot (1 - \sqrt{x})^2$$

$$f_5(x) = x^2 - 2x\sqrt{x} + x$$

$$f_5'(x) = 2x - 3\sqrt{x} + 1$$

$$f_6(x) = (x + x^2) \cdot (3 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3})$$

$$f_6(x) = 3x^2 + 3x - \frac{1}{x^2} + 1$$

$$f_6'(x) = 6x + 3 + \frac{2}{x^3}$$

$$f_7(x) = x^{\frac{1}{2}} \cdot (2 + x^{-\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}})$$

$$f_7(x) = 2x^{\frac{1}{2}} + 1 - x^2$$

$$f_7'(x) = x^{-\frac{1}{2}} - 2x$$