

Aufgabenblatt Ableitungen**vermischte Aufgaben**

Level 1 – Grundlagen – Blatt 3

Dokument mit 36 Aufgaben

**Aufgabe A1**

Leite ab und vereinfache.

a) $f(x) = \sqrt{3x}$

d) $h(r) = \sqrt{a^2r}$

g) $f(x) = \sqrt{x+x^2}$

b) $f(x) = \sqrt{5x}$

e) $f(x) = \sqrt{1+2x}$

h) $f(t) = \sqrt{t+t^2+1}$

c) $f(t) = \sqrt{at}$

f) $f(x) = \sqrt{1-x}$

Aufgabe A2

Leite ab und vereinfache.

a) $f(x) = \sin(2x)$

d) $s(t) = \cos(1-t)$

g) $s(t) = 3 \sin\left(1 - \frac{1}{2}t^2\right)$

b) $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

e) $f(x) = \sin(x^2)$

h) $f(t) = \frac{1}{2}\sin(\sqrt{2}t^2)$

c) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2}\right)$

f) $g(t) = \cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)$

Aufgabe A3

Leite ab und vereinfache.

a) $f(x) = (1+\sqrt{x})^2$

d) $g(t) = (t^3 - \sqrt{t})^{-2}$

g) $f(x) = 2 \sin^3(x)$

b) $f(x) = (2\sqrt{x} - x)^3$

e) $f(x) = \sin^2(x)$

h) $f(x) = \frac{1}{2}\cos^4(x)$

c) $f(x) = 2(x^2 - 3\sqrt{x})^2$

f) $g(x) = \cos^3(x)$

Aufgabe A4

Leite ab und vereinfache.

a) $f(x) = (2x+1)(3x+4)^2$

c) $f(x) = (1,5x+6)^2(5-0,4x)^2$

e) $f(x) = (1-x)\sqrt{2x}$

g) $f(x) = (1+2x)\sin(2x)$

i) $f(x) = \sin(2x) \cdot \cos(2x)$

k) $f(x) = x^2 \cdot \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$

b) $f(x) = (4-4x)^3(1-x)$

d) $f(x) = (x-x^2)^3(1-3x)^2$

f) $f(x) = (1+2x)\sqrt{1+x^2}$

h) $f(x) = (1-x)^2 \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$

j) $f(x) = x \cdot \sin(2x)$

l) $f(x) = \frac{\sin(2x)}{x}$

Aufgabenblatt Ableitungen

vermischte Aufgaben

Differenzialrechnung

Lösungen

Level 1 – Grundlagen – Blatt 3

Lösung A1

Lösungshinweis:

Bei gegebenen Wurzeln muss zuerst die Wurzel in die Potenzschreibweise gebracht werden, um dann die Potenzregel anwenden zu können. Nach der Ableitung muss die Potenzdarstellung der Wurzel wieder in die Wurzeldarstellung zurückgeführt werden.

Detaillierte Lösung für a)

$$\begin{aligned}
 a) \quad f(x) &= \sqrt{3x} = \sqrt{3} \cdot x^{\frac{1}{2}} & = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x}} \\
 f'(x) &= \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot x^{-\frac{1}{2}} & = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{x}} \\
 b) \quad f'(x) &= \frac{1}{2}\sqrt{5} \cdot x^{-\frac{1}{2}} & = \frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{t}} \\
 c) \quad f'(t) &= \frac{1}{2}\sqrt{a} \cdot t^{-\frac{1}{2}} & = \frac{a}{2\sqrt{r}} \\
 d) \quad h'(r) &= \frac{1}{2}a \cdot r^{-\frac{1}{2}} & = \frac{1}{\sqrt{2x+1}} \\
 e) \quad f'(x) &= \frac{1}{2}(1+2x)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 & = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \\
 f) \quad f'(x) &= \frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x & = \frac{2x+1}{2\sqrt{x+x^2}} \\
 g) \quad f'(x) &= \frac{1}{2}(x+x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x+1) & = \frac{2t+1}{2\sqrt{t+t^2}} \\
 h) \quad f'(t) &= \frac{1}{2}(t+t^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2t+1)
 \end{aligned}$$

Lösung A2

$$\begin{aligned}
 a) \quad f'(x) &= 2\cos(2x) & b) \quad f'(x) &= -\frac{\pi}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \\
 c) \quad f'(x) &= \frac{1}{2}\cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2}\right) & d) \quad f'(t) &= \sin(1-t) \\
 e) \quad f'(x) &= 2x\cos(x^2) & f) \quad g'(t) &= -\pi t\sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) \\
 g) \quad s'(t) &= -3t\cos\left(1 - \frac{1}{2}t^2\right) & h) \quad f'(t) &= \sqrt{2}t\cos(\sqrt{2}t^2)
 \end{aligned}$$

Lösung A3

$$\begin{aligned}
 a) \quad f'(x) &= 2 \cdot (1+\sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} & = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \\
 b) \quad f'(x) &= 3 \cdot (2\sqrt{x}-x)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}}-1\right) & = \left(\frac{3}{\sqrt{x}}-3\right) \cdot (2\sqrt{x}-x)^2 \\
 c) \quad f'(x) &= 2 \cdot 2 \cdot (x^2-3\sqrt{x}) \cdot \left(2x-\frac{3}{2\sqrt{x}}\right) & = (x^2-3\sqrt{x}) \cdot \left(8x-\frac{12}{2\sqrt{x}}\right) \\
 d) \quad g'(t) &= -2 \cdot (t^3-\sqrt{t})^{-3} \cdot \left(3t^2-\frac{1}{2\sqrt{t}}\right) & = (t^3-\sqrt{t})^{-3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{t}}-6t^2\right) \\
 e) \quad f'(x) &= 2\sin(x) \cdot \cos(x) & = \sin(2x) \\
 f) \quad g'(x) &= -3\cos^2(x) \cdot \sin(x) = -3(1-\sin^2(x))(\sin(x)) & = 3(\sin^3(x)-\sin(x)) \\
 g) \quad f'(x) &= 3 \cdot 2\sin^2(x) \cdot \cos(x) = 6(1-\cos^2(x))(\cos(x)) & = 6(\cos(x)-\cos^3(x)) \\
 h) \quad f'(t) &= 2 \cdot \sqrt{2}t \cdot \frac{1}{2}\cos(\sqrt{2}t^2) & = \sqrt{2}t\cos(\sqrt{2}t^2)
 \end{aligned}$$

Aufgabenblatt Ableitungen

vermischte Aufgaben

Differenzialrechnung

Lösungen

Level 1 – Grundlagen – Blatt 2

Lösung A4

Detaillierte Lösung für a)

a) $f(x) = (2x + 1)(3x + 4)^2$

$$u = 2x + 1 \quad u' = 2$$

$$v = (3x + 4)^2 \quad v' = 6(3x + 4)$$

$$f'(x) = 2(3x + 4)^2 + 6(2x + 1)(3x + 4)$$

$$= 54x^2 + 114x + 56$$

b) $f'(x) = -12(4 - 4x)^2(1 - x) - (4 - 4x)^3$

$$= 256(x - 1)^3$$

c) $f'(x) = 3 \cdot (5 - 0,4x)^2(1,5x + 6) - 0,8 \cdot (5 - 0,4x) \cdot (1,5x + 6)^2$
 $= \frac{9(x+4)(2x-25)(4x-17)}{50}$

d) $f'(x) = 3(x - x^2)^2(1 - 2x)(1 - 3x)^2 - 6(x - x^2)^3 \cdot (1 - 3x)$
 $= 3x^2(x - 1)^2(3x - 1)(8x^2 - 7x + 1)$

e) $f'(x) = \frac{1-x}{\sqrt{2x}} - \sqrt{2x} \quad = -\frac{3x-1}{\sqrt{2x}}$

f) $f'(x) = 1\sqrt{x^2 + 1} + \frac{x(2x+1)}{\sqrt{x^2+1}} \quad = \frac{4x^2+x+2}{\sqrt{x^2+1}}$

g) $f'(x) = 2 \sin(2x) + (4x + 2)\cos(2x)$

h) $f'(x) = -2 \cos\left(\frac{1}{2}x\right)(1 - x) - \frac{\sin\left(\frac{1}{2}x\right)(1-x)^2}{2}$

i) $f'(x) = 2 \cos^2(2x) - 2 \sin^2(2x) \quad = -2(\sin^2(2x) - \cos^2(2x))$

j) $f'(x) = \sin(2x) + 2x\cos(2x)$

k) $f'(x) = 2x \cos\left(\frac{1}{2}x\right) - \frac{x^2 \sin\left(\frac{1}{2}x\right)}{2} \quad = -\frac{x(x\sin\left(\frac{1}{2}x\right)-4\cos\left(\frac{1}{2}x\right))}{2}$

l) $f'(x) = \frac{2 \cos(2x)}{x} - \frac{\sin(2x)}{x^2}$