Lösung A1

a) $\mathbb{D}: x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $\mathbb{W}: 0 < y$ verläuft im II. Quadranten im Intervall $I =]-\infty; 0[$ streng monoton steigend und im I. Quadranten im Intervall $I =]0; \infty[$ streng monoton fallend.

b) $\mathbb{D}: x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $\mathbb{W}: y \in \mathbb{R}$ verläuft im II. Quadranten im Intervall $I =]-\infty; 0[$ streng monoton steigend und im Intervall $I =]0; \infty[$ ebenfalls streng monoton steigend.

c) $\mathbb{D}: x \in \mathbb{R}_+$; $\mathbb{W}: y \in \mathbb{R}_+$ verläuft im I. Quadranten im Intervall $I =]0; \infty[$ streng monoton steigend (Wurzelfunktion).

d) $\mathbb{D}: x \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$; $\mathbb{W}: y \in \mathbb{R}_+$ verläuft im I. Quadranten im Intervall $I =]0; \infty[$ streng monoton fallend (Hyperbel).

Lösung A2

a) $f\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{\left(\frac{1}{8}\right)^3} = 8^3 = 512$

b) $f(0{,}008) = 2 \cdot 0{,}008^{-4} = \frac{2}{0{,}008^4} = 488281250$

c) $f(24) = 4 \cdot 24^{\frac{1}{2}} = 4 \cdot \sqrt{4 \cdot 6} = 8 \cdot \sqrt{6}$

d) $f\left(\frac{1}{32}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{1}{3}} = 2 \cdot 32^{\frac{1}{3}} = 2 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot 8} = 4 \cdot \sqrt[3]{4}$

Lösung A3

$f(x) = a \cdot x^k$

Detaillierte Lösung für a)

$P(1|3)$ und $Q\left(3\middle|\frac{1}{3}\right)$

(1) $3 = a \cdot 1^k$ | Punktprobe mit $P(1|3)$

$a = 3$

(2) $\frac{1}{3} = 3 \cdot 3^k$ | Punktprobe mit $P\left(3\middle|\frac{1}{3}\right)$

$1 = 3^2 \cdot 3^k \;\; => \;\; k = -2$

$f(x) = 3 \cdot x^{-2}$

Detaillierte Lösung für b)

$P(1|-8)$ und $Q(2|-0{,}25)$

(1) $-8 = a \cdot 1^k$ | Punktprobe mit $P(1|-8)$

$a = -8$

(2) $-0{,}25 = -8 \cdot 2^k$ | Punktprobe mit $P(2|-0{,}25)$

$\frac{1}{32} = 2^k \;\; => \;\; k = -5$

$f(x) = -8 \cdot x^{-5}$

c) $P(2|3)$ und $Q(4|1{,}5)$ => $f(x) = 6 \cdot x^{-1}$

d) $P(1|-2)$ und $Q\left(2\middle|-\frac{1}{4}\right)$ => $f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^{\frac{3}{2}}$

e) $P(4|1)$ und $Q(1|2)$ => $f(x) = -2 \cdot x^{-3}$

f) $P\left(2\middle|\frac{1}{2}\right)$ und $Q\left(4\middle|\frac{1}{16}\right)$ => $f(x) = 4x^{-3}$

Lösung A4

a) $\frac{1}{x^2}$: $\lim\limits_{x\to|\infty|} \frac{1}{x^2} = 0$

Für $x \to_{\nearrow} 0$ gilt $\frac{1}{x^2} \to \infty$

Für $x \to 0_{\nwarrow}$ gilt $\frac{1}{x^2} \to \infty$

$\frac{1}{x^3}$: $\lim\limits_{x\to|\infty|} \frac{1}{x^3} = 0$

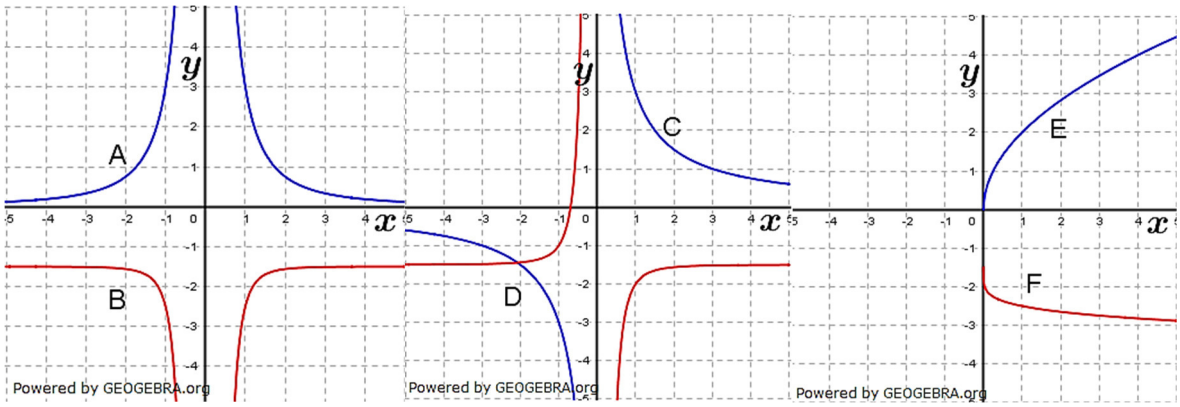
Für $x \to_{\nearrow} 0$ gilt $\frac{1}{x^3} \to -\infty$

Für $x \to 0_{\nwarrow}$ gilt $\frac{1}{x^3} \to \infty$

b)

x	-1	$-0{,}5$	$-0{,}1$	$-0{,}05$	$-0{,}01$	$-0{,}001$	0	$0{,}001$	$0{,}01$	$0{,}05$	$0{,}1$	$0{,}5$	1
$\frac{1}{x^2}$	1	4	10	20	100	1000	–	1000	100	20	10	4	1
$\frac{1}{x^3}$	-1	-8	-1000	-8000	-10^6	-10^9	–	10^9	10^6	8000	1000	8	1

Lösung A5



A: $f_4(x) = 3 \cdot x^{-2}$

B: $f_3(x) = -x^{-4} - 1{,}5$

C: $f_1(x) = 3 \cdot x^{-1}$

D: $f_6(x) = -0{,}5 \cdot x^{-3} - 1{,}5$

E: $f_5(x) = 2 \cdot x^{0{,}5}$

F: $f_2(x) = -x^{0{,}2} - 1{,}5$

Lösung A6

a) $f^*(x) = (x-2)^3 - 4$ Punktsymmetrie zum Punkt $P(2|-4)$

b) $f^*(x) = (x+1)^4 + 2$ Achsensymmetrie zur Achse $x = 1$

c) $f^*(x) = (x-1)^{-3} + 3$ Punktsymmetrie zum Punkt $P(1|3)$

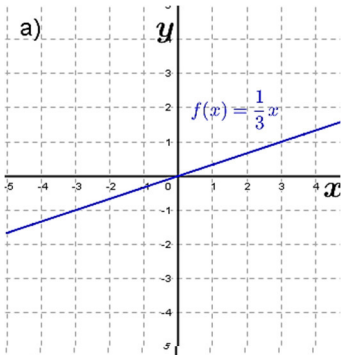
d) $f^*(x) = (x+4)^{-2} - 3$ Achsensymmetrie zur Achse $x = -4$

Lösung A7

a) $f(x) = \frac{1}{3}x$

$-f(-x) = -\frac{1}{3}(-x) = \frac{1}{3}x = f(x)$

Punktsymmetrie zum Ursprung

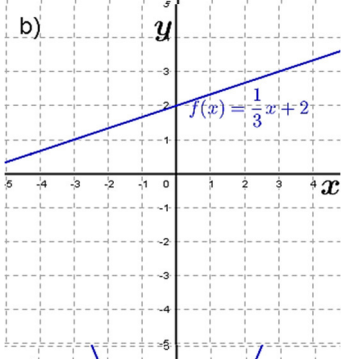


b) $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$

$f(0 + x) - 2 = \frac{1}{3}(0 + x) + 2 - 2 = \frac{1}{3}x$

$-f(0 - x) + 2 = -\left(\frac{1}{3}(-x) + 2\right) + 2 = \frac{1}{3}x$

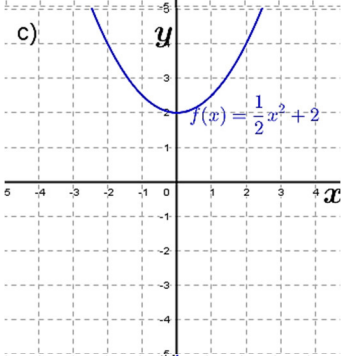
Punktsymmetrie zu $P(0|2)$



c) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$

$f(-x) = \frac{1}{2}(-x)^2 + 2 = \frac{1}{2}x^2 + 2 = f(x)$

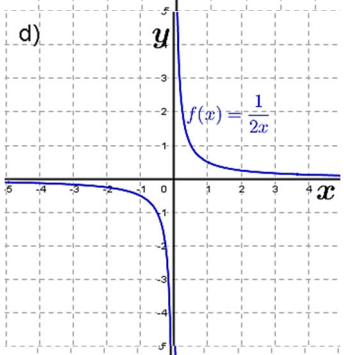
Achsensymmetrisch zur y-Achse.



d) $f(x) = \frac{1}{2x}$

$-f(-x) = -\frac{1}{-2x} = \frac{1}{2x} = f(x)$

Punktsymmetrisch zum Ursprung.

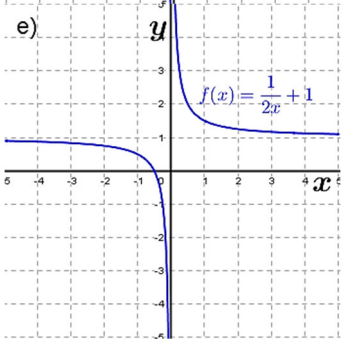


e) $f(x) = \frac{1}{2x} + 1$

$f(0 + x) - 1 = \frac{1}{2x} + 1 - 1 = \frac{1}{2x}$

$-f(0 - x) + 1 = -\left(\frac{1}{2(-x)} + 1\right) + 1 = \frac{1}{2x}$

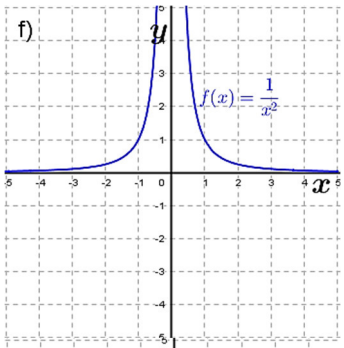
Punktsymmetrie zu $P(0|1)$



f) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

$f(-x) = -\frac{1}{(-x)^2} = \frac{1}{x^2} = f(x)$

Achsensymmetrisch zur y-Achse.

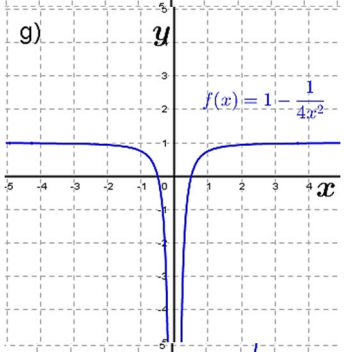


g) $f(x) = 1 - \frac{1}{4x^2}$

$f(-x) = 1 - \frac{1}{4(-x)^2} = 1 - \frac{1}{4x^2} = f(x)$

$-f(0-x) + 2 = \quad -\frac{1}{3}(0-x) + 2 = \frac{1}{3}x + 2$

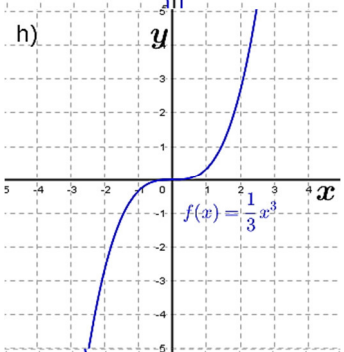
Achsensymmetrisch zur y-Achse.



h) $f(x) = \frac{1}{3}x^3$

$-f(-x) = -\frac{1}{3}(-x)^3 = \frac{1}{3}x^3 = f(x)$

Punktsymmetrisch zum Ursprung.

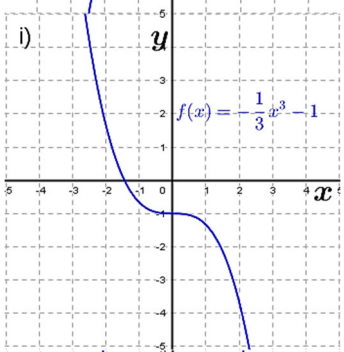


i) $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 1$

$f(0+x) + 1 = \quad -\frac{1}{3}x^3 - 1 + 1 = -\frac{1}{3}x^3$

$-f(0-x) - 1 = \quad -\left(\frac{1}{3}(-x)^3 - 1\right) - 1 = \frac{1}{3}x^3$

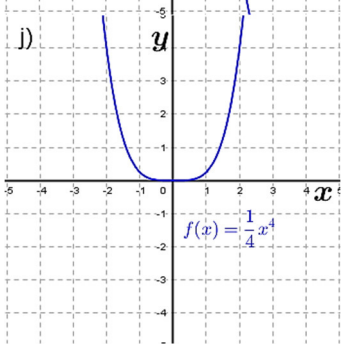
Punktsymmetrie zu $P(0|-1)$



j) $f(x) = \frac{1}{4}x^4$

$f(-x) = \frac{1}{4}(-x)^4 = \frac{1}{4}x^4 = f(x)$

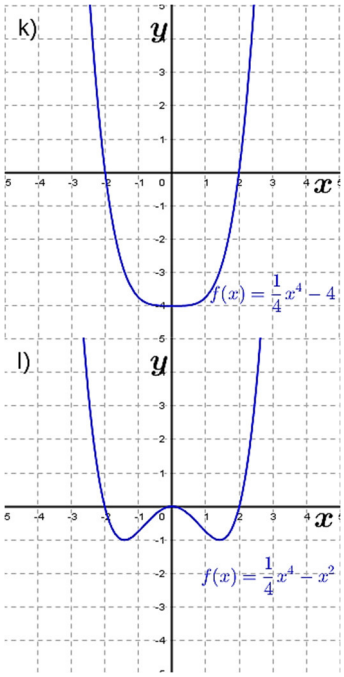
Achsensymmetrisch zur y-Achse.



k) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 4$

$f(-x) = \frac{1}{4}(-x)^4 - 4 = \frac{1}{4}x^4 - 4 = f(x)$

Achsensymmetrisch zur y-Achse.



l) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^2$

$f(-x) = \frac{1}{4}(-x)^4 - (-x)^2 = \frac{1}{4}x^4 - x^2 = f(x)$

Achsensymmetrisch zur y-Achse.

Lösung A8

a) $f(x) = 0{,}5x + 1$

Spiegelung an y-Achse: $f(-x)$

$f(-x) = -0{,}5x + 1$

(siehe grünen Graphen)

Spiegelung an x-Achse: $-f(x)$

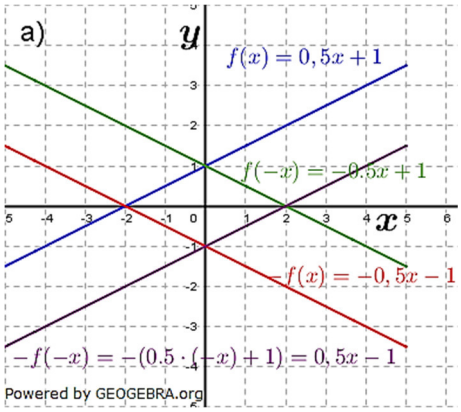
$-f(x) = -0{,}5x - 1$

(siehe roten Graphen)

Spiegelung am Ursprung: $-f(-x)$

$-f(-x) = -(0{,}5(-x) + 1) = 0{,}5x - 1$

(siehe violetten Graphen)



b) $g(x) = x^3$

Spiegelung an y-Achse: $g(-x)$

$g(-x) = (-x)^3 = -x^3$

(siehe grünen Graphen)

Spiegelung an x-Achse: $-g(x)$

$-g(x) = -x^3$

(siehe roten Graphen)

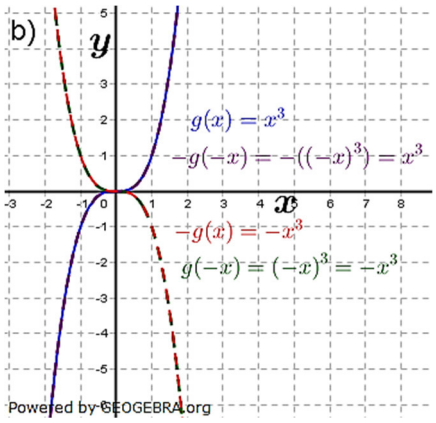
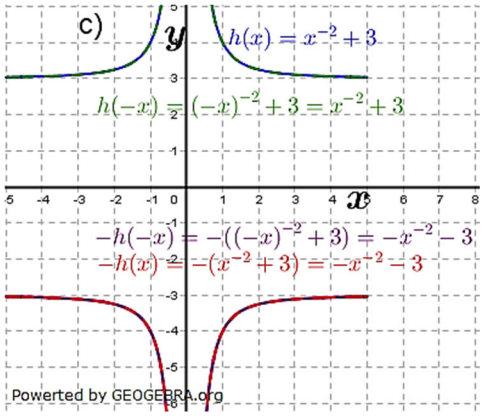
Spiegelung am Ursprung: $-g(-x)$

$-g(-x) = -((-x)^3) = x^3$

(siehe violetten Graphen)

Wie erkennbar ist $g(x) = -g(-x)$ und

$-g(x) = g(-x)$



c) $h(x) = x^{-2} + 3$
Spiegelung an y-Achse: $h(-x)$
$h(-x) = (-x)^{-2} + 3 = x^{-2} + 3$
(siehe grünen Graphen)
Spiegelung an x-Achse: -$f(x)$
$-f(x) = -x^3$
(siehe roten Graphen)
Spiegelung am Ursprung: -$f(-x)$
$-f(-x) = -((-x)^3) = x^3$
(siehe violetten Graphen)
Wie erkennbar ist $h(x) = h(-x)$ und
$-h(x) = -h(-x)$