# Aufgabenblatt zur momentanen Änderungsrate

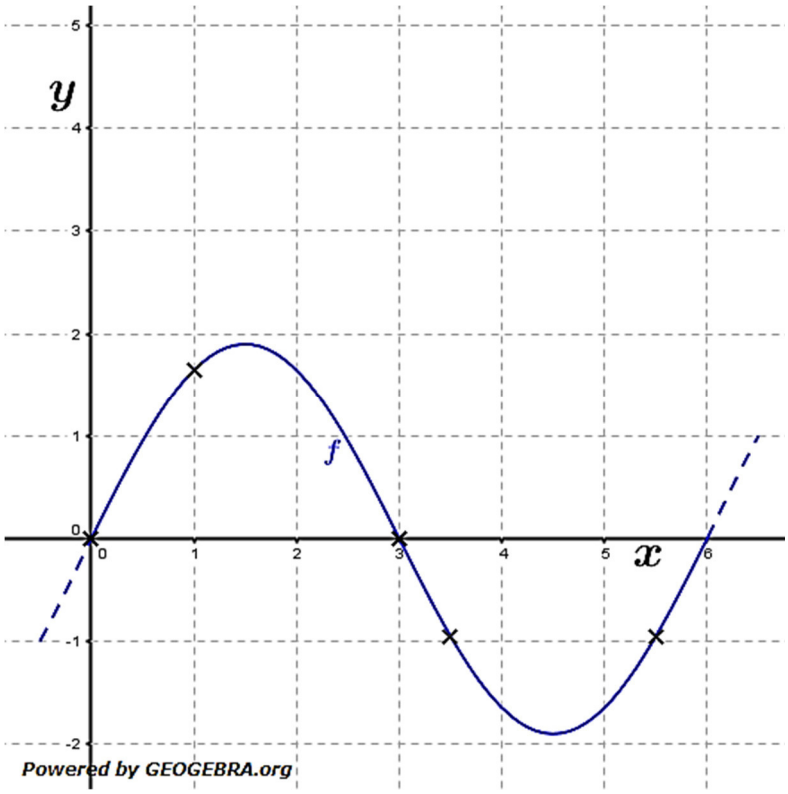
*Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 2*

*Dokument mit 14 Aufgaben*

## Aufgabe A1

Gegeben ist die Funktion $f$ mit $f(x) = 1{,}9\,sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)$ (siehe Grafik). Bestimme tabellarisch die momentane Änderungsrate in den Stellen $x_0$ sowie die Gleichung der Tangente in $P\left(x_0 \middle| f(x_0)\right)$. Zeichne dann die Tangenten in die Grafik ein.

a) $x_0 = 0$
b) $x_0 = 1$
c) $x_0 = 3$
d) $x_0 = 3{,}5$
e) $x_0 = 5{,}5$



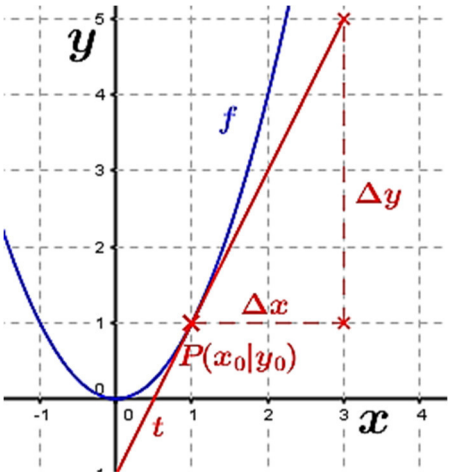

Lösungshinweis:

Punkt-Steigungsformel:

Ist $P\left(x_0 \middle| f(x_0)\right)$ Punkt einer Funktion $f$ und $t$ die Tangente an $f$ in $P$, so gilt:

$$t(x) = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

mit $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.




© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

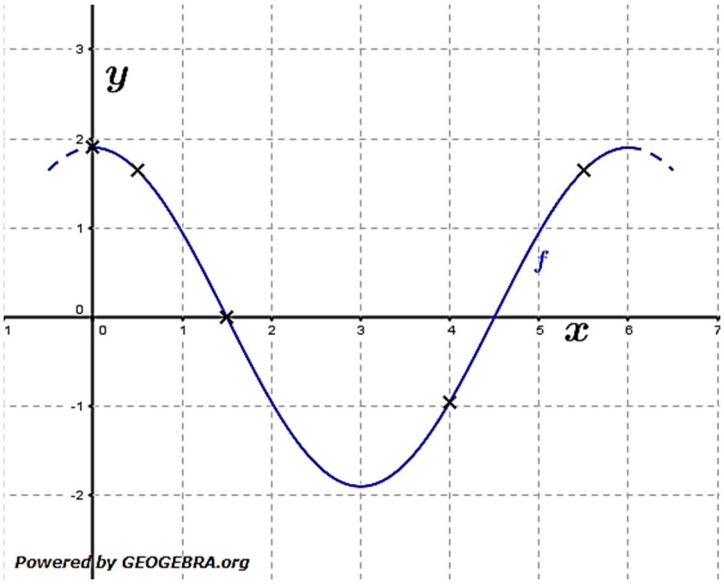
# Aufgabenblatt zur momentanen Änderungsrate

*Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 2*

## Aufgabe A2

Gegeben ist die Funktion $f$ mit $f(x) = 1{,}9\,cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)$ (siehe Grafik). Bestimme tabellarisch die momentane Änderungsrate in den Stellen $x_0$ sowie die Gleichung der Tangente in $P\left(x_0 \middle| f(x_0)\right)$. Zeichne dann die Tangenten in die Grafik ein.

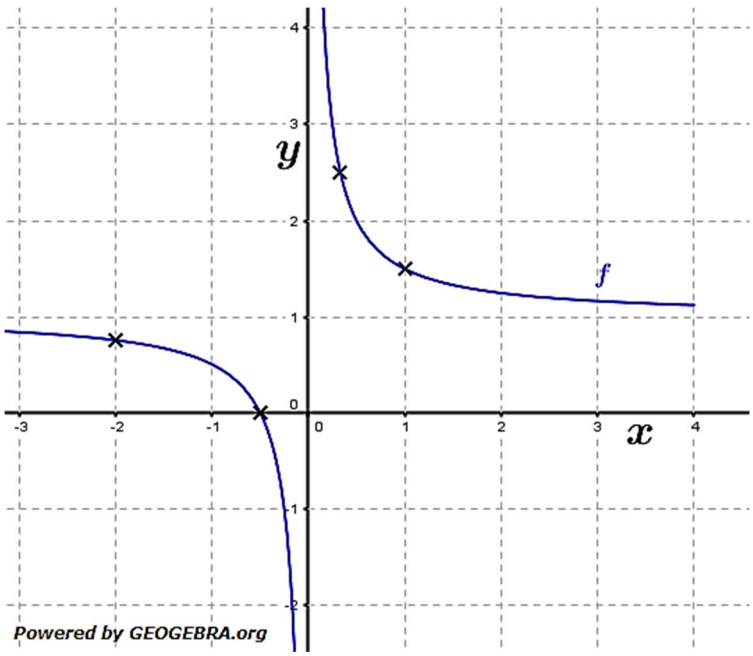
a) $x_0 = 0$
b) $x_0 = 0{,}5$
c) $x_0 = 1{,}5$
d) $x_0 = 4$
e) $x_0 = 5{,}5$




## Aufgabe A3

Gegeben ist die Funktion $f$ mit $f(x) = \frac{1}{2x} + 1$ (siehe Grafik). Bestimme tabellarisch die momentane Änderungsrate in den Stellen $x_0$ sowie die Gleichung der Tangente in $P\left(x_0 \middle| f(x_0)\right)$. Zeichne dann die Tangenten in die Grafik ein.

a) $x_0 = -2$
b) $x_0 = -0{,}5$
c) $x_0 = \frac{1}{3}$
d) $x_0 = 1$




© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

## Lösung A1

a) Detaillierte Lösung

| $I = [x_0; x_0 + h]$ | $[0; 0{,}1]$ | $[0; 0{,}01]$ | $[0; 0{,}001]$ | $[0; 0{,}0001]$ |
|---|---|---|---|---|
| $\Delta x = (x_0 + h) - x_0$ | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 0,0001 |
| $\Delta y = f(x_0 + h) - f(x_0)$ | 0,1986 | 0,0199 | 0,00199 | 0,000199 |
| $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ | 1,986 | 1,99 | 1,99 | 1,99 |

$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2 \Rightarrow$ Die Tangente an $f$ hat im Punkt $P(0|0)$ die Steigung $m_t = 2$.
$t_0(x) = 2x$

b) Detaillierte Lösung

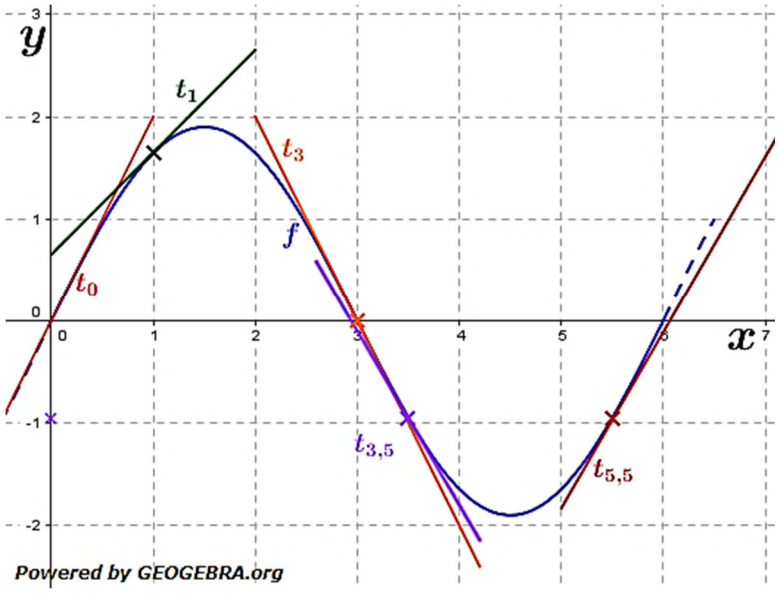
| $I = [x_0; x_0 + h]$ | $[1; 1{,}1]$ | $[1; 1{,}01]$ | $[1; 1{,}001]$ | $[1; 1{,}0001]$ |
|---|---|---|---|---|
| $\Delta x = (x_0 + h) - x_0$ | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 0,0001 |
| $\Delta y = f(x_0 + h) - f(x_0)$ | 0,09029 | 0,00986 | 0,00094 | 0,000099 |
| $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ | 0,9029 | 0,986 | 0,94 | 0,99 |

$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1 \Rightarrow$ Die Tangente an $f$ hat im Punkt $P(1|1{,}65)$ die Steigung $m_t = 1$.
$t_1(x) = (x - 1) + 1{,}65 = x + 0{,}65$

c) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -2 \Rightarrow$ Die Tangente an $f$ hat im Punkt $P(3|0)$ die Steigung $m_t = -2$.
$t_3(x) = -2(x - 3) + 0 = -2x + 6$

d) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -1{,}7 \Rightarrow$ Die Tangente an $f$ hat im Punkt $P(3{,}5|-0{,}95)$ die Steigung $m_t = -1{,}7$.
$t_{3,5}(x) = -1{,}7(x - 3{,}5) - 0{,}95 = -1{,}7x + 5$

e) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1{,}7 \Rightarrow$ Die Tangente an $f$ hat im Punkt $P(5{,}5|-0{,}95)$ die Steigung $m_t = 1{,}7$.
$t_{5,5}(x) = 1{,}7(x - 5{,}5) - 0{,}95 = 1{,}7x - 10{,}3$




© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

## Lösung A2

a) Detaillierte Lösung

| $I = [x_0; x_0 + h]$ | $[0; 0{,}1]$ | $[0; 0{,}01]$ | $[0; 0{,}001]$ | $[0; 0{,}0001]$ |
|---|---|---|---|---|
| $\Delta x = (x_0 + h) - x_0$ | $0{,}1$ | $0{,}01$ | $0{,}001$ | $0{,}0001$ |
| $\Delta y = f(x_0 + h) - f(x_0)$ | $-0{,}0104$ | $-0{,}0001$ | $-0{,}000001$ | $-1{,}0 \cdot 10^{-8}$ |
| $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ | $-0{,}104$ | $-0{,}01$ | $-0{,}001$ | $-0{,}00000001$ |

$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 0 \Longrightarrow$ Die momentane Änderungsrate im Punkt $P(0|1{,}9)$ ist $0$.
$t_0(x) = 1{,}9$

b) Detaillierte Lösung

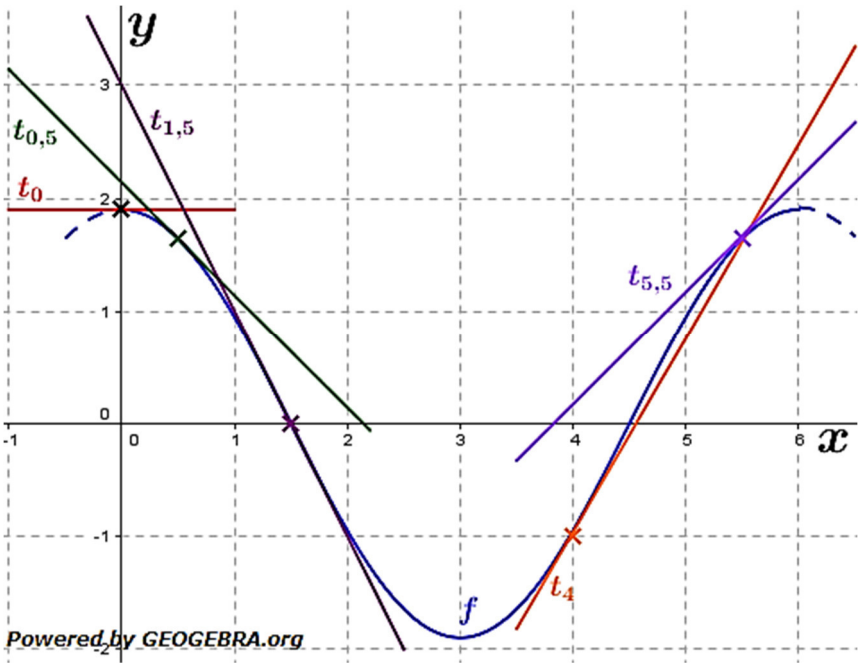
| $I = [x_0; x_0 + h]$ | $[0{,}5; 0{,}6]$ | $[0{,}5; 0{,}51]$ | $[0{,}5; 0{,}051]$ | $[05; 0{,}0051]$ |
|---|---|---|---|---|
| $\Delta x = (x_0 + h) - x_0$ | $0{,}1$ | $0{,}01$ | $0{,}001$ | $0{,}0001$ |
| $\Delta y = f(x_0 + h) - f(x_0)$ | $-0{,}1083$ | $-0{,}0100$ | $-0{,}001$ | $-0{,}0001$ |
| $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ | $-1{,}08$ | $-1$ | $-1$ | $-1$ |

$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -1 \Longrightarrow$ Die momentane Änderungsrate im Punkt $P(0{,}5|1{,}65)$ ist $-1$.
$t_{0,5}(x) = 1(x - 0{,}5) + 1{,}65 = -x + 2{,}15$

c) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -2 \Longrightarrow$ Die momentane Änderungsrate im Punkt $P(1{,}5|0)$ ist $-2$.
$t_{1,5}(x) = -2(x - 1{,}5) = -2x + 3$

d) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1{,}72 \Longrightarrow$ Die momentane Änderungsrate im Punkt $P(4|-0{,}95)$ ist $1{,}72$.
$t_4(x) = 1{,}72(x - 4) - 0{,}95 = 1{,}72x - 7{,}83$

e) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1 \Longrightarrow$ Die momentane Änderungsrate im Punkt $P(5{,}5|1{,}65)$ ist $1$.
$t_{5,5}(x) = (x - 5{,}5) + 1{,}65 = x - 3{,}85$




© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

## Lösung A3

a) Detaillierte Lösung

| $I = [x_0; x_0 + h]$ | $[-2; -1{,}9]$ | $[-2; -1{,}99]$ | $[-2; -1{,}999]$ | $[-2; -1{,}9999]$ |
|---|---|---|---|---|
| $\Delta x = (x_0 + h) - x_0$ | $0{,}1$ | $0{,}01$ | $0{,}001$ | $0{,}0001$ |
| $\Delta y = f(x_0 + h) - f(x_0)$ | $-0{,}01316$ | $-0{,}001256$ | $-0{,}000125$ | $-0{,}0000125$ |
| $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ | $-0{,}1316$ | $-0{,}1256$ | $-0{,}125$ | $-0{,}125$ |

$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{8} \Rightarrow$ Die momentane Änderungsrate im Punkt $P(-2|0{,}75)$ ist $-\frac{1}{8}$.

$t_{-2}(x) = -\frac{1}{8}(x+2) + 0{,}75 = -\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}$

b) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -2 \Rightarrow$ Die momentane Änderungsrate im Punkt $P(-0{,}5|0)$ ist $-2$.

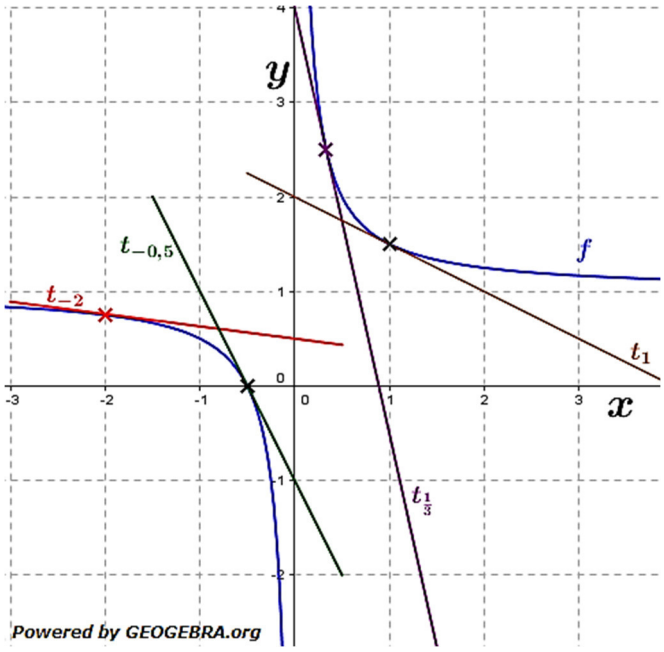
$t_{-0{,}5}(x) = -2(x + 0{,}5) = -2x - 1$

c) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -4{,}5 \Rightarrow$ Die momentane Änderungsrate im Punkt $P\left(\frac{1}{3}\middle|2{,}5\right)$ ist $-4{,}5$.

$t_{\frac{1}{3}}(x) = -4{,}5\left(x - \frac{1}{3}\right) + 2{,}5 = -4{,}5x + 4$

d) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -0{,}5 \Rightarrow$ Die momentane Änderungsrate im Punkt $P(1|1{,}5)$ ist $-0{,}5$.

$t_{\frac{1}{3}}(x) = -0{,}5(x - 1) + 1{,}5 = -0{,}5x + 2$




© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de