Einleitung

In der Prozentrechnung unterscheidet man drei Begriffe. Es sind dies:

Der **Grundwert**

Der Grundwert (auch Basiswert genannt) stellt stets die 100%-Basis der Prozentrechnung dar. Er ist der Basiswert für die Errechnung des Prozentwertes bzw. des Prozentsatzes.

Der **Prozentwert**

Der Prozentwert ist der Wert, der sich aus der Multiplikation des Grundwertes mit dem Prozentsatz ergibt.

Der **Prozentsatz**

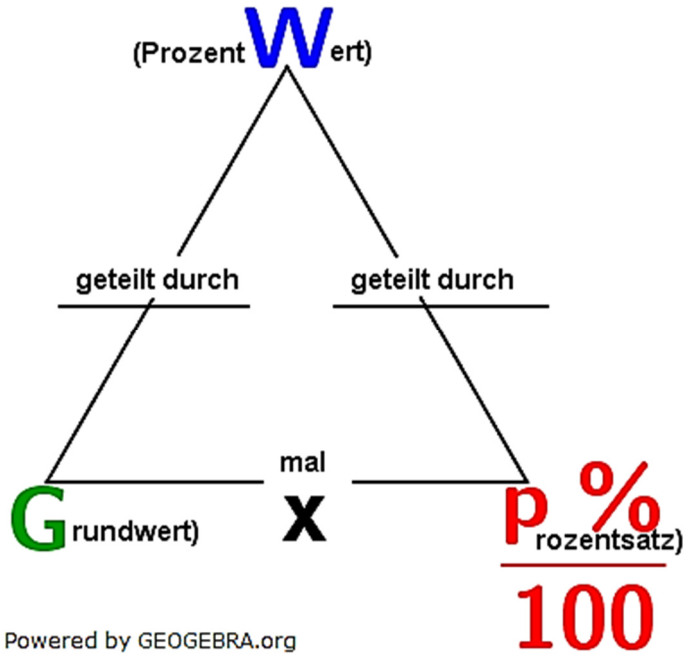
Der Prozentsatz ist eine Dezimalzahl in %-Schreibweise, die angibt, wie viele Teile des Grundwertes den Prozentwert ergeben.

In Prozentrechnungsaufgaben sind **immer** 2 der angeführten Variablen vorgegeben und die dritte Variable soll errechnet werden. Somit gibt es nur drei Arten von Prozentrechnungsaufgaben und zwar:

Merksatz

*Gegeben **Grundwert** und **Prozentsatz** → gesucht: **Prozentwert***
*Gegeben **Prozentwert** und **Prozentsatz** → gesucht: **Grundwert***
*Gegeben **Grundwert** und **Prozentwert** → gesucht: **Prozentsatz***
Es gibt keine anderen Arten von Aufgaben in der Prozentrechnung als diese drei aufgeführten Arten.

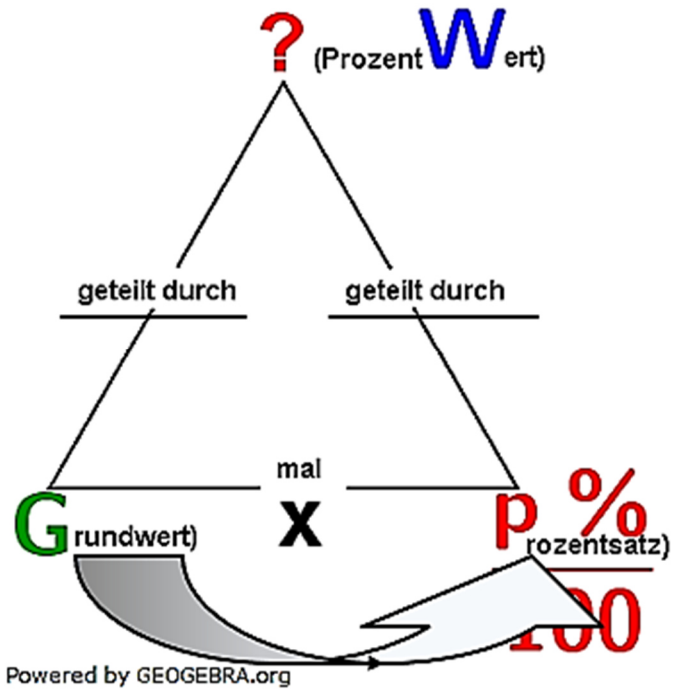
Je nach Schulart wird die Lösung solcher Aufgaben über die Dreisatzrechnung gelehrt bzw. auf eine viel einfachere Art und Weise, über Formeln.
In diesem Kapitel behandeln wir die Lösung über die Formeln. Dazu müssen wir uns lediglich die nachfolgende Grafik sorgsam einprägen und schon können wir alle Prozentrechnungsaufgaben in Sekundenschnelle lösen.



In der Grafik steht das **W** für den **Prozentwert**. Je nach Schultyp wird diese Variable auch mit dem Buchstaben P abgekürzt. Wird bei dir in der Schule dieses P benutzt, so betrachte in den folgenden Ausführungen stets das **W** als P.

Das **G** steht für den **Grundwert** und das **p %** für den **Prozentsatz**.
Die zwei waagrechten Striche im Dreieck stellen einen Bruchstrich dar. Ein Bruchstrich ist ja dasselbe wie ein : - Kennzeichen (geteilt durch). Aus der Grafik können wir nun ohne große Überlegung sofort die Rechenoperation ablesen, die wir zur Lösung einer Aufgabe anwenden müssen.

Der Prozentwert



Eine Aufgabe fragt nach dem Prozent**W**ert. Den erhalten wir ganz einfach, indem wir den **G**rundwert mit dem $\frac{p\,\%}{100}$rozentsatz multiplizieren. Wir müssen lediglich beachten, dass wir den **p %**rozentsatz als Prozentzahl einsetzen müssen. Liegt der Prozentsatz bereits als Dezimalzahl ohne Prozentzeichen vor, müssen wir den Nenner mit „geteilt durch 100" weglassen.

Beispiel 1: Was sind 20 % von 150 € ?

Lösung: Gesucht wird hier der Prozentwert W. Der Grundwert ist $G = 150\,€$, der Prozentsatz ist $p\% = 20\,\%$. Aus der Grafik lesen wir ab, dass $W = G \cdot \frac{p\,\%}{100}$ ist. Somit können wir die Multiplikation $W = G \cdot \frac{p\,\%}{100}$ durchführen.

$W = 150 \cdot \frac{20\,\%}{100} = 30\,€$

20 % von 150 € sind 30 €.

Beispiel 2: Herr Maier darf von einer Lieferantenrechnung über 1500 € Skonto in Höhe von 3 % abziehen, wenn er innerhalb von 14 Tagen bezahlt. Welchen Betrag spart Herr Maier ein und welchen Betrag muss er noch bezahlen?

Lösung: Gesucht wird hier der Prozentwert W. Der Grundwert ist $G = 1500\,€$, der Prozentsatz ist $p\% = 3\,\%$. Aus der Grafik lesen wir ab, dass $W = G \cdot \frac{p\,\%}{100}$ ist. Somit können wir die Multiplikation $W = G \cdot \frac{p\,\%}{100}$ durchführen.

$W = 1500 \cdot \frac{3\,\%}{100} = 45\,€$

Herr Maier spart durch den Skontoabzug 45 €. Er muss die Rechnung somit nur noch mit 1455 € bezahlen.

Es gibt ein paar häufig vorkommende Prozentsätze, bei denen man den zugehörigen Prozentwert praktisch im Kopf ausrechnen kann. Diese findest du in nachfolgender Tabelle.

Prozentsatz	Prozentwert =
10 %	Teile den Grundwert durch 10.
12,5 %	Teile den Grundwert durch 8.
20 %	Teile den Grundwert durch 5.
25 %	Teile den Grundwert durch 4.
$33\frac{1}{3}$ %	Teile den Grundwert durch 3.
50 %	Teile den Grundwert durch 2.
$66\frac{2}{3}$ %	Teile den Grundwert durch 3 und multipliziere diesen Wert mit 2.
75 %	Teile den Grundwert durch 4 und multipliziere diesen Wert mit 3.
100 %	Grundwert.

Der Prozentwert als vermehrter bzw. verminderter Grundwert

Sehr häufig finden wir Prozentrechnungsaufgaben, bei denen nach einem *„erhöhten Grundwert"* bzw. *„verminderten Grundwert"* gefragt wird. Lassen wir uns durch diesen Ausdruck nicht verwirren. Auch der *„erhöhte Grundwert"* bzw. *„verminderte Grundwert"* ist nichts anderes als ein *Prozentwert*.
Bei einer Aufgabe mit *„erhöhtem Grundwert"* müssen wir nur zum angegebenen Prozentsatz *100 %* addieren, also *100 % + Prozentsatz* bilden.
Beim *„verminderten Grundwert"* müssen wir den angegebenen Prozentsatz von *100 %* abziehen, also *100 % - Prozentsatz* bilden.
In nachfolgender Tabelle findest du einige gleichbedeutende Aufgabenformulierungen gegenübergestellt, an Hand derer du erkennen kannst ob der echte Prozentwert oder aber der erhöhte bzw. verminderte Grundwert gemein ist.

Vergrößere $435\ kg$ **um** $23\ \%$	Vergrößere $435\ kg$ **auf** $123\ \%$	Berechne $123\ \%$ **von** $435\ kg$
Vermehre $78\ €$ **um** $33\ \%$	Vermehre $78\ €$ **auf** $133\ \%$	Berechne $133\ \%$ **von** $78\ €$
Vermindere $526\ €$ **um** $14\ \%$	Vermindere $526\ €$ **auf** $86\ \%$	Berechne $86\ \%$ **von** $526\ €$
Verringere $875\ kg$ **um** $8{,}5\ \%$	Verringere $875\ kg$ **auf** $91{,}5\ \%$	Berechne $91{,}5\ \%$ **von** $875\ kg$

Achte bei den Formulierungen auf Folgendes:

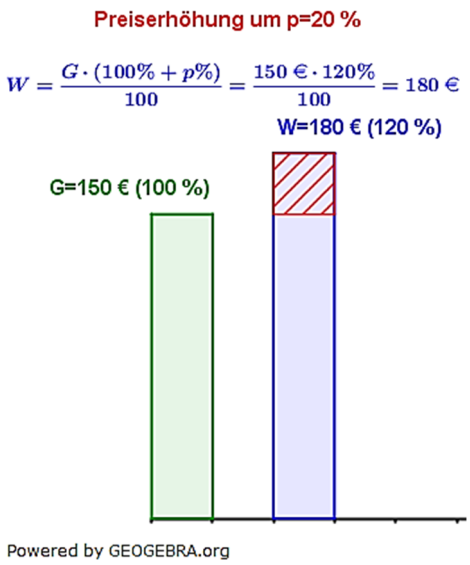
Steht in der Aufgabe **auf** bzw. **von**, so müssen wir mit dem angegebenen Prozentsatz rechnen.
Steht hingegen **um**, so müssen wir bei „vergrößere/vermehre"
100 % + Prozentsatz bilden,
wenn es heißt „vermindere/verringere"
100 % - Prozentsatz bilden.

Beispiel 3: Erhöhe einen Preis $150\ €$ um $20\ \%$.

Lösung: Gesucht wird hier der Prozentwert W.
Im Aufgabentext stehen die Worte „**Erhöhe**" und „**um**". Somit ist $G = 150\ €$ und der gesuchte Prozentwert ein vermehrter Grundwert mit $p\% = 100\ \% + 20\ \% = 120\ \%$.

$$W = G \cdot \frac{p\ \%}{100} = 150 \cdot \frac{120\ \%}{100} = 180\ €$$

Der um $20\ \%$ erhöhte Preis $150\ €$ ist jetzt $180\ €$.



Beispiel 4: Ein Angestellter mit $2\,410$ € Monatsgehalt erhält eine Gehaltserhöhung von 4 %. Welches neue Gehalt erhält er?

Lösung: Gesucht wird hier der Prozentwert W. Im Aufgabentext stehen das Wort „**Gehaltserhöhung**". Somit ist $G = 2\,410$ € und der gesuchte Prozentwert ein vermehrter Grundwert mit $p\% = 100\,\% + 4\,\% = 104\,\%$.

$W = G \cdot \frac{p\,\%}{100} = 2410 \cdot \frac{104\,\%}{100} = 2506{,}40$ €

Der Angestellte erhält jetzt $2506{,}40$ € *Gehalt.*

Beispiel 5: „Alles muss raus, 40 % Rabatt wegen Geschäftsaufgabe" steht groß im Schaufenster von Manuelas Modeboutique zur lesen. Karin interessiert sich für ein Kleid, möchte vorher aber prüfen, ob der versprochene Nachlass auch richtig berechnet wurde. Auf einem Kleid findet sie das Schild mit dem Originalpreis $168{,}50$ €. Mit welchem Preis müsste das Kleid bei 40 % Nachlass ausgezeichnet sein?

Lösung: Gesucht wird hier der Prozentwert W. Im Aufgabentext steht das Wort „**Rabatt**". Damit ist $G = 168{,}50$ € und der gesuchte Prozentwert ein <u>*verminderter*</u> Grundwert, also ist $p\% = 100\,\% - 40\,\% = 60\,\%$.

$W = G \cdot \frac{p\,\%}{100} = 168{,}50 \cdot \frac{60\,\%}{100} = 101{,}10$ €

Das Kleid müsste mit $101{,}10$ € *ausgezeichnet sein.*