Aufgabenblatt zum Erwartungswert

Level 1 – Grundlagen – Blatt 2

Dokument mit 16 Aufgaben

Aufgabe A1

Ein Glücksrad besteht aus 3 Feldern, die folgendermaßen beschriftet sind:

1 . Feld: $2{,}00\,€$
2 . Feld: $5{,}00\,€$
3 . Feld: $0{,}00\,€$

Das 1 . Feld hat einen Mittelpunktswinkel von $90\,°$. Das 2 .Feld und das 3.Feld haben jeweils denselben Mittelpunktswinkel.

Es wird folgendes Glücksspiel angeboten:
Der Spieler zahlt einen Einsatz von $3{,}00\,€$ und darf einmal an dem Glücksrad drehen.
Die Feldbeschriftungen geben an, wie viel Euro an den Spieler ausbezahlt werden, wenn das Glücksrad auf dem Feld stehen bleibt.
Bestimme den erwarteten Gewinn für den Spieler.

Aufgabe A2

In einer Urne befinden sich Kugeln mit der Aufschrift $+2{,}00\,€$, $+5{,}00\,€$ und $-7{,}00\,€$.
Die Wahrscheinlichkeit, dass man Kugeln mit $+2{,}00\,€$ bzw. $+5{,}00\,€$ zieht, beträgt jeweils $0{,}3$.
Ein Spieler zieht zweimal hintereinander eine Kugel mit Zurücklegen und notiert jeweils ihre Zahl.
Die Summe dieser beiden Zahlen (unter Berücksichtigung des Vorzeichens) geben an, wie viel Euro der Spieler ausbezahlt bekommt (bei positivem Vorzeichen) bzw. was der Spieler bezahlen muss (bei negativem Vorzeichen).

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler bei einem Spiel Geld gewinnt?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler bei fünf Spielen genau dreimal gewinnt.
c) Wie viele Spiele müssen gespielt werden, damit der Spielanbieter mit Einnahmen von ca. $1.000\,€$ rechnen kann?

Aufgabe A3

Aus einem Beutel mit zwölf 50-Cent-Münzen, fünf $1\,€$- Münzen und acht $2\,€$-Münzen werden zufällig zwei Münzen gezogen.
Welchen Geldbetrag wird man bei häufiger Versuchsdurchführung durchschnittlich
herausziehen?

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe A4

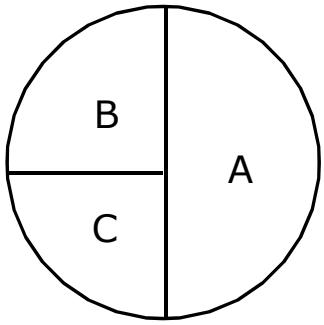
Bei einem Glücksspiel mit dem Einsatz $1\,€$ gibt die Zufallsvariable G den Gewinn (d. h. die Differenz zwischen Auszahlung und Einsatz) in € an.
Die folgende Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von G an.

g in €	-1	0	1	4
$P(G=g)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{15}$

a) Berechne den Erwartungswert von G.
b) Wie groß muss der Einsatz sein, damit das Spiel fair ist?
c) Ändere die maximale Auszahlung so ab, dass das Spiel bei einem Einsatz von $1\,€$ fair ist.

Aufgabe A5

Bei einer Lotterie zahlt man den Einsatz von $0{,}50\,€$ und darf dann das Glücksrad zweimal drehen. Bei zwei Feldern mit gleicher Bezeichnung wird $1\,€$ ausbezahlt, sonst nichts.



a) Gib die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen "Gewinn in €" an.
b) Berechne den Erwartungswert für den Gewinn.
c) Kann man den Einsatz so ändern, dass die Lotterie fair ist ?

Aufgabe A6

In einem Zeitungsartikel wurde eine Statistik über die Anzahl von Fehlern in Zeitungsartikeln erstellt. Danach sind auf $17\,\%$ der Seiten keine Druckfehler, auf $30\,\%$ der Seiten ist ein Druckfehler, auf $27\,\%$ der Seiten sind zwei, auf $16\,\%$ der Seiten drei und auf dem Rest mindestens vier Druckfehler.
Wie viele Druckfehler sind durchschnittlich mindestens auf einer Zeitungsseite zu erwarten?

Aufgabe A7

In einer Urne sind 4 weiße und 6 schwarze Kugeln. Ein Spieler zieht nacheinander eine
Kugel ohne zurücklegen. Das Spiel ist aus, wenn er eine weiße Kugel zieht oder wenn er dreimal gezogen hat. Die Zufallsvariable X steht für die Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln.

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X.
b) Der Spieleinsatz beträgt $10\,€$. Der Spieler erhält $30\,€$, wenn er drei schwarze Kugeln gezogen hat. Er erhält $20\,€$, wenn er zwei schwarze Kugeln zieht. In allen anderen Fällen erhält er nichts. Welchen mittleren Gewinn (oder Verlust) hat der Spieler auf lange Sicht je Spiel zu erwarten? Wie hoch müsste der Spieleinsatz ungefähr sein, damit das Spiel fair ist?

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe A8

In einer Urne sind 2 blaue, 3 rote und 5 weiße Kugeln. Ein Spieler zieht nacheinander ohne Zurücklegen 3 Kugeln. Der Spieler erhält 6 €, wenn alle drei gezogenen Kugeln dieselbe Farbe haben. Er erhält 2 €, wenn die drei Kugeln unterschiedliche Farben aufweisen. Bei allen anderen Ausgängen muss der Spieler $1{,}50$ € bezahlen.

Wie viel gewinnt oder verliert der Spieler je Spiel im Mittel auf "lange Sicht"?

Aufgabe A9

Mit zwei Urnen und einem Glücksrad wird ein Glücksspiel durchgeführt. Die beiden Urnen $U1$ und $U2$ haben folgende Inhalte:

$U1$: 4 rote, 1 blaue und 5 weiße Kugeln

$U2$: 1 rote und 9 weiße Kugeln

Die Zahlen des Glücksrads treten mit folgender Wahrscheinlichkeit auf:

1	2	3	4	5	6
0,2	0,05	0,35	0,1	0,2	0,1

Das Glücksspiel hat folgende Regeln:

Das Glücksrad wird einmal gedreht. Erscheint eine gerade Zahl, so wird zweimal mit Zurücklegen aus $U2$ gezogen, erscheint eine ungerade Zahl, so wird zweimal mit Zurücklegen aus $U1$ gezogen.

Zieht ein Spieler dabei zwei weiße Kugeln oder keine weiße Kugel, so erhält er 1 €, sonst zahlt er $1{,}50$ €.

Prüfe, ob das Spiel fair ist.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de